



دانشگاه پیام نور

آشنایی با نرم افزارهای مفید ریاضی

دکتر عقیله حیدری

فصل اول: Mathematica	۵
مقدمه	۵
۱-۱ نحوه نصب برنامه Mathematica	۶
۲-۱ تعاریف منو ها	۹
۳-۱ نحوه اجرای نرم افزار	۱۸
۴-۱ مروری بر قسمتی از امکانات	۲۰
۴-۱-۱ ریاضیات مقدماتی	۲۰
۴-۱-۲ توابع ریاضی	۲۲
۴-۱-۳ توابع مثلثاتی و معکوس آنها	۲۲
۴-۱-۴ دستورات توابع	۲۴
۴-۱-۵ محاسبات جبری	۲۴
۴-۱-۶ حل معادلات و دستگاه معادلات جبری	۲۵
۴-۱-۷ رسم توابع و رابطه ها	۲۸
۴-۱-۸ توابع پارامتری	۲۹
۴-۱-۹ ترکیب توابع	۳۰
۴-۱-۱۰ مثلثات	۳۱
۴-۱-۱۱ لگاریتم	۳۳
۴-۱-۱۲ ماتریس ها	۳۴
۴-۱-۱۳ معادلات دیفرانسیل	۴۰
۴-۱-۱۴ تبدیل لاپلاس	۴۳

۴۶.....	۱۵-۴-۱ حساب دیفرانسیل و انتگرال.....
۵۹.....	۱۶-۴-۱ دنباله و سری.....
۶۱.....	۱۷-۴-۱ مختصات قطبی.....
۶۶.....	فصل دوم: MAPLE
۶۶.....	مقدمه.....
۶۷.....	۱-۲-۱-۲ Maple ۹ نصب.....
۶۹.....	۲-۲-۱-۲ Maple تحت Windows.....
۷۰.....	۳-۲-۱-۲ بارسازی کتابخانه ها.....
۷۱.....	۴-۲-۱-۲ استفاده از Help.....
۷۲.....	۵-۲-۱-۲ مروری بر قسمتی از امکانات.....
۷۲.....	۱-۵-۲ حساب دیفرانسیل و انتگرال.....
۸۴.....	۲-۵-۲ دنباله ها.....
۸۴.....	۳-۵-۲ سری ها.....
۸۶.....	۴-۵-۲ جبر خطی.....
۹۰.....	۵-۵-۲ معادلات دیفرانسیل.....
۹۶.....	۶-۵-۲ تبدیل لاپلاس.....
۹۷.....	۷-۵-۲ گرافیک.....
۱۱۱.....	فصل سوم: MATLAB
۱۱۱.....	مقدمه.....
۱۱۲.....	۱-۳-۱-۲ MATLABY نصب.....
۱۱۳.....	۲-۳-۱-۲ پنجره های MATLAB.....

۱۱۴.....	۳-۳ محیط کاری MATLAB
۱۱۵.....	۴-۳ راهنمای Help
۱۱۹.....	۵-۳ مروری بر قسمتی از امکانات
۱۱۹.....	۱-۵-۳ گرافیک
۱۳۷.....	۲-۵-۳ جبر خطی
۱۵۷.....	۳-۵-۳ تحقیق در عملیات
۱۶۲.....	۴-۵-۳ چند جمله ایها
۱۶۹.....	۴-۵-۳ اعداد مختلط
۱۷۵.....	۵-۵-۳ درون یابی
۱۷۹.....	منابع

فصل اول: Mathematica

مقدمه

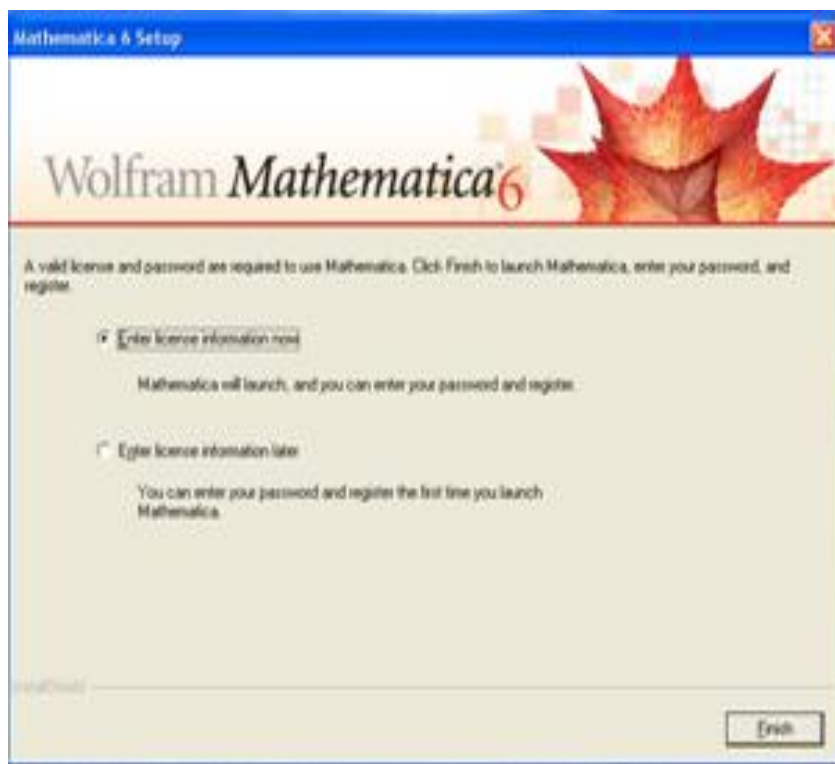
Mathematica به طور کلی یک م و تور محاسباتی عددی و نمادین ، سیستم گرافیکی ، زبان برنامه نویسی ، سیستم اسناد و یک اتصال پیشرفته به سایر نرم افزار ها قلمداد می شود. این وسعت توانایی Mathematica ، آن را به یک فروشگاه ثابت توانا تبدیل کرده است.

دامنه کاربرد ها :

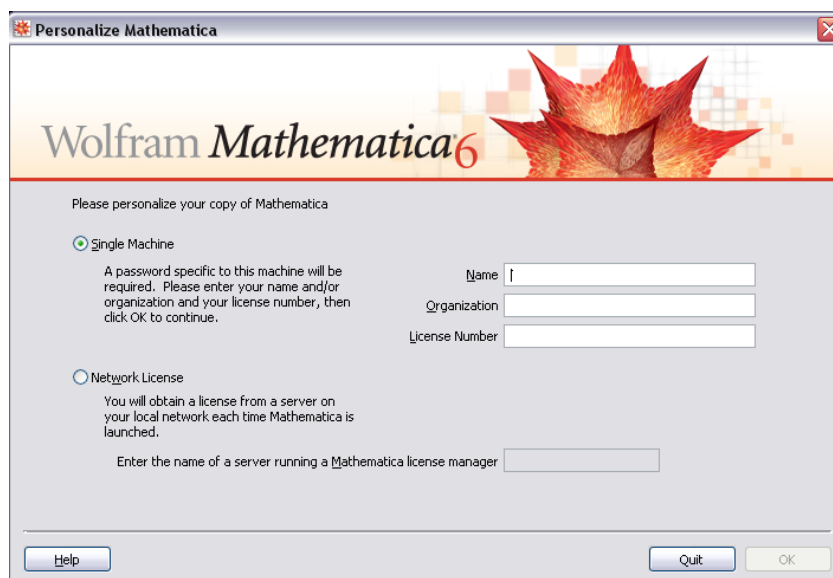
- انجام محاسبات اختصاری پیچیده که اغلب شامل میلیون ها عبارت می شود.
- انتقال داده ها به کامپیوتر و تحلیل آنها.
- حل نمودن معادلات ، معادلات دیفرانسیل و مسائل بهینه سازی به طور عددی یا تحلیلی.
- مدل بندی عددی و شبیه سازی ، مسافت یابی از سیستم های کنترلی ساده برای برخورد های کیهکشان ، شاخه های مالی ، سیستم های زیست شناسی پیچیده ، واکنش های شیمیایی و میدان های مغناطیسی در شتاب های جزئی .
- آسان نمودن توسعه عملکرد سریع (RAD) برای شرکت ها ی مهندسی و بنگاههای مالی تولید کیفیت حرفه ای ، مقالات یا گزارشات تکنیکی موثر الکترونی و یا انتشار به صورت مطالب چاپ شده.
- دسته بندی اطلاعات تکنیکی-به عنوان مثال برای قوانین ایران.
- ارائه کردن سمینارها و نمایش های حرفهای.

۱-۱ نحوه نصب برنامه Mathematica

ابتدا بر روی فایل `setup` از پوشه `Mathematica\windows` کلیک می نماییم تا برنامه نصب شود. پس از انتخاب محل نصب گزینه `Install` را کلیک می کنیم، تا برنامه کاملاً نصب شود. پس از نصب کامل برنامه برای `register` نمودن نرم افزار همانگونه که در شکل مشخص است گزینه `Enter license information now` را انتخاب می کنیم.

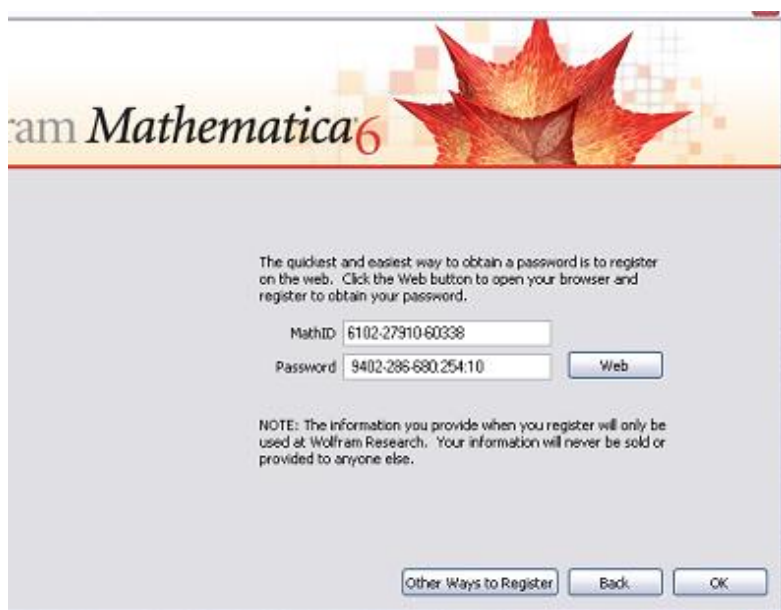
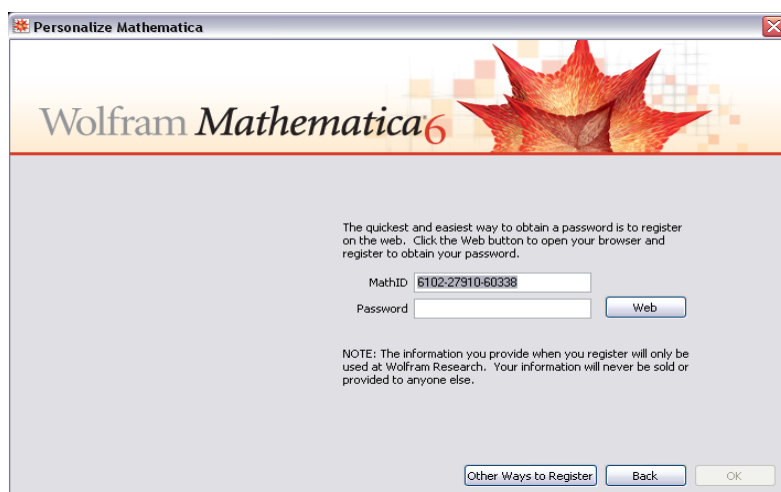
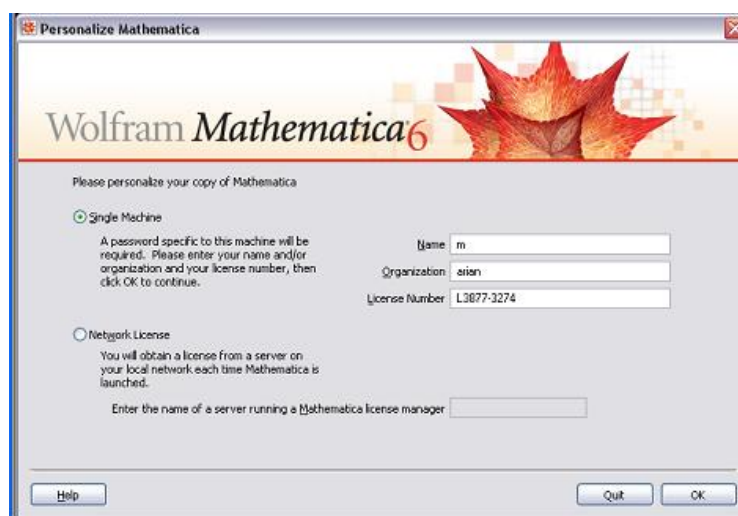


سپس پنجره ای مطابق شکل زیر ظاهر می گردد که می بایستی گزینه `License number` آن را از `keygen` برنامه استخراج نموده و در آن قسمت قرار دهیم. گزینه های `Name` و `Organisation` نیز بصورت دلخواه پر می شوند.



بعد از انجام این عمل بر روی ok کلیک کرده و پنجره ی بعدی به شکل زیر ظاهر می شود. با قرار دادن MathID در و انتخاب گزینه Generate پسورد توسط keygen تولید شده را در پنجره بالا قرار می دهیم. حال پس از قرار دادن Password در بالا و کلیک نمودن ok برنامه registor شده و آماده استفاده می گردد.





۲-۱ تعاریف منوها

File

New: ایجاد یک یادداشت جدید، اسلاید شو یا یک فایل متنی.

Open: برای باز نمودن یادداشتها یا فایلهای دیگر.

Close: بستن یادداشتها.

New	
Open...	Ctrl+O
Close	Ctrl+F4
Close All	Shift+Ctrl+F4
Save	Ctrl+S
Save As...	Shift+Ctrl+S
Save Selection As...	
Revert...	
Install...	
Send To...	
Printing Settings	
Print...	Ctrl+P
Print Selection...	Shift+Ctrl+P
1 12.nb	
Exit	

Close All: برای بستن همه یادداشتهای باز شده.

Save: برای ذخیره نمودن یک یادداشت.

Save As: برای ذخیره نمودن یک یادداشت در مکان دلخواه با نام مورد نظر.

Save selection As: برای ذخیره کردن یک مجموعه در بسیاری از قالبهای ممکن...

Revert: برگرداندن یک یادداشت به آخرین نسخه ذخیره شده.

Install: نصب کردن یک بسته نرم افزاری متمتیکایا موارد دیگر.

Sent to: برای فرستادن یک یادداشت توسط Email.

Printing Setting: تنظیم نمودن تنظیمات چاپگر.

Print: چاپ کردن یادداشت.

Print Selection: چاپ مجموعه ای از عملیات انجام شده.

Exit: خارج شدن از برنامه.

Edit

undo : بر گرداندن عملیات انجام شده به قبل.

cut : (پاک کردن یک انتخاب و کپی کردن آن به یک کلیپ صفحه کار جدید).

Undo	Ctrl+Z
Cut	Ctrl+X
Copy	Ctrl+C
Paste	Ctrl+V
Clear	Delete
Copy As	
Extend Selection	Ctrl+,
Select All	Ctrl+A
Check Balance	Shift+Ctrl+B
Complete Selection	Ctrl+K
Make Template	Shift+Ctrl+K
Check Spelling...	Alt+;
Find...	Ctrl+F
Enter Selection	Ctrl+E
Find Next	F3
Find Previous	Shift+F3
Preferences...	

copy : کپی انتخاب به صفحه کار بدون کار کردن.

Paste: جا گذاشتن محطویات صفحه کار .

Clear: پاک کردن مجموعه ای بدون کپی کردن آن از تخته رسم.

Copy as: کپی کردن انتخاب در بسیاری از قالبهای ممکن.

Select all : انتخاب همه اجزای یک یادداشت .

CheckBalance توسعه دادن انتخاب به محدوده کاراکترهای مورد نظر.

Completeselection: کامل کردن یک مقدار از نوع فعالیت.

Checkspelling جستجو کردن کلمات و تصحیح کلمات کهاملای غلط دارند.

Find : یافتن موضوع در یادداشت.

Enter Selection : وارد نمودن انتخاب به جای متن جستجو شده.

Find Next . پیدا نمودن مورد دیگری از متن جستجو شده.

Find Previous پیدا نمودن مورد قبلی از متن مورد جستجو. :

Input from Above	Ctrl+L
Output from Above	Shift+Ctrl+L
Cell with Same Style	Alt+Enter
Special Character...	
Color...	
Typesetting	▶
Table/Matrix	▶
Horizontal Lines	▶
File Path...	
Picture	▶
File...	
Object...	
Hyperlink...	Shift+Ctrl+H
Automatic Numbering...	
Page Break	

preferencds تنظیم نمودن تقدم
ترکیب و تنظیمات سیستم و غیره.

Insert

Input from Above : کپی کردن
ورودی مورد نظر.

Output from Above : کپی کردن
خروجی مورد نظر.

Cell with same style : تولید کردن
جزئی دیگر با قالب مشابه .

Special character : کارکترهای
خاص .

color : باز کردن مجموعه رنگ های
سیستم

Typesetting. عملیات حروف چینی رایج

Table/matrix : مرتبه دادن یک جدول یا ماتریس و اضافه کردن سطر یا ستون و etc .

Horisenal line : خطوط افقی.

Tile path : دادن مسیر کامل یک فایل.

Picture : قرار دادن یک تصویر از یک فایل یا یک تصویر خالی.

File : قرار دادن محتویات یک فایل.

Object : قرار دادن یک موضوع ادغام شدنی .

Hyperlink : ایجاد یک متن پیوند داده شده به ادرس یک فایل.

Automatic Numbering : تنظیم و به کار انداختن شمارنده ها.

Page break : درج فرمان یک صفحه.

Format

Style	▶	Style : بر گزیدن یک شیوه رایج
Clear Formatting	Shift+Ctrl+Space	گزینه کلمات مرتبط.
Option Inspector...	Shift+Ctrl+O	Clear formatting : واضح کردن همه
Stylesheet	▶	فرمتها از متن انتخاب شده.
Screen Environment	▶	Option Inspector : نصب کردن
Edit Stylesheet...		قالب بندی و انتخاب گزینه ها.
Font...		
Face	▶	Screen Environment : بر گزیدن
Size	▶	یک محیط برای دفتر چه یادداشت.
Text Color	▶	
Background Color	▶	Edit Stylesheet : ویرایش کردن
Cell Dingbat	▶	کامل .
Magnification	▶	Font : تغییرات نوع فونت حروف را
Text Alignment	▶	میتوان قفل کرد.
Text Justification	▶	
Word Wrapping	▶	Face : دستگاه تغییرات فونت به صورتهای

(ساده درشت مایل زیرحروف خط کشیدن).

Size : توسط آن سائز حروف انتخاب میشود.

Text Color : توسط آن رنگ حروف انتخاب میشود.

Background Color : تنظیم رنگ زمینه متن.

Cell Dingbat :نسبت دادن ارایشی بر روی خانه با تاکید.

Magnification : تغییرات بزرگنمایی از متن انتخاب شده.

Text Alignment :تنظیم متن از چپ یا مرکز یا راست ...

Text Justtification : کنترلهای حفاظتی پیچیده ومشکل از خانه ها.

Word Wrapping : باز کردن منوی فرعی از روشهای پیچیده کلی.

Cell

Convert To :تبدیل کردن فرم انتخاب شده به استاندارد یا غیره.

Cell Properties : کردن یک منوی فرعی برای

Convert To	انتخاب کردن وضامن مشخصات خانه.
Cell Properties	
Cell Tags	Cell Tage : باز کردن یک منوی فرعی برای به
Grouping	
Divide Cell	Shift+Ctrl+D
Merge Cells	Shift+Ctrl+M
Notebook History...	Grouping : باز کردن منوی فرعی برای کنترل
Delete All Output	
Show Expression	Shift+Ctrl+E

ویرایش کردن وجستجو کردن سلول.

وضامن سلولها برای باز کردن یا بستن سلول.

Divide Cell: انشعاب یک سلول در محل درج.

Merge Cell: ترکیب کردن سلول انتخاب شده با سلول دیگر.

Notebook History : خلاصه کردن تاریخچه ویرایش در دفترچه یادداشت.

Delete All Output: پاک کردن همه خروجی سلول در دفترچه یادداشت.

Show Expression: ضامن بین عبارات و نمایش دادن فرم سلول.

Graphics

New Graphic: خلق گرافیک جدید در محل

درج.

New Graphic	Ctrl+1
Drawing Tools	Ctrl+D
Graphics Inspector	Ctrl+G
Rendering	▶
Operations	▶

Drawing Tools: باز کردن ابزار ترسیم جدول

رنگ والگو.

Graphics Inspector : باز کردن و کنترل برای تغییرات خواصی از گرافیک.

Rendering : باز کردن یک منوی فرعی برای کنترل عملیات ترجمه.

Operations: باز کردن یک منوی فرعی برای کنترل گروه بندی و جا دادن یک ترمینال

کامپیوتر برای نمایش نقاشیها و تصاویر روی صفحه.

Evaluation

Evaluate Cell : کارزایی کلمات مرتبط انتخاب شده.

Evaluate Cells	Shift+Enter
Evaluate in Place	Shift+Ctrl+Enter
Evaluate in Subsession	F7
Evaluate Notebook	
Evaluate Initialization Cells	
✓ Dynamic Updating Enabled	
Convert Dynamic to Literal	
Debugger	
Debugger Controls	
Interrupt Evaluation...	Alt+,
Abort Evaluation	Alt+,
Remove from Evaluation Queue	Shift+Alt+,
Find Currently Evaluating Cell	
Kernel Configuration Options...	
Default Kernel	▶
Notebook's Kernel	▶
Notebook's Default Context	▶
Start Kernel	▶
Quit Kernel	▶

Evaluate in Place : ارزیابی انتخاب

شده در مکان.

Evaluate in Subsession : انتخاب

ارزیابی کلمات مرتبط شده در شالوده اصلی دیالوگ.

Evaluate Notebook : ارزیابی همه

فرمتهای انتخاب شده در دفتر چه یادداشت.

Evaluate Initialization Cells

ارزیابی همه فرمتهای اولیه سلول در دفترچه.

: Dynamic Updating Enabled

تبدیل کردن خودکار (به صورت امروزی) موضوعات پویا.

Convert Dynamic to Literal : جا

نشین کردن هر موضوع ایستای انتخاب شده با ارزش رایج وایستا.

Debugger : از کردن اشکال یابی جدول رنگ الگو.**Debugger Controls : باز کردن یک منوی فرعی جهت کنترل حفاظتی و اشکال یابی.****Interrupt Envaluation : منقطع کردن عملیات رایج جهت اجرا کردن شالوده.****Abort Envaluation : لغو کردن ارزیابی رایج.****Remove from Envaluation Queue : لغو کردن ارزش مشروط در سلول.**

Find Currently Envaluation Cell : مرور کردن ارزش جاری در سلول.

Kernel Cofiguration Options : بازگشت به و اژه موضعی و کنترل از راه دور شالوده اصلی

Default Kernel : نصب کردن شالوده اصلی پیش فرض برای همه محاسبات.

Notebooks Kernel : نصب شالوده اصلی برای دفترچه یادداشت.

Notebooks Default Context: نصب متون پیش فرض برای علائم ساخته شده اخیر.

Start Kernel : شروع کردن با شالوده اصلی مشخص شده.

Quit Kernel : تلاقی شدن با شالوده اصلی مشخص شده.



Palettes

AlgebraicManipulation : دستکاری بیان جبری.

BasicMathInput : تعیین کننده و درج کنترل‌های حفاظتی بیسیک.

Colorschemes : درج حروف چینی عملیات ریاضی.

NotebookLauncher : : ایجاد دفترچه یادداشت خالی برای به کار بردن عملیات مختلف

SlideShow : خلق و ایجاد پیکر بندی و نمایش اسلاید.

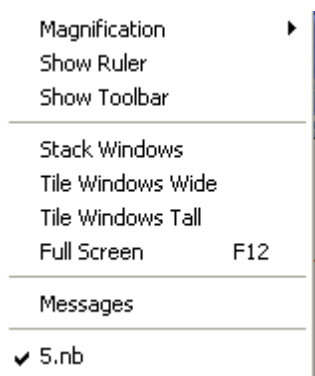
SpecialCharacters : دسترسی به کارکترهای خاص نرم افزار متمتیکا.

Generate Palette from Selection : خلق یک جدول رنگ والگو از سلول انتخاب شده یا دفترچه یادداشت.

Generate Notebook from Palette : تبدیل یک جدول رنگو الگو به یک دفترچه

معمولی.

Install Palette : اضافه کردن یک جدول به منو فهرست جدول.



Window

Show Ruler : نشان دادن یک خط کش سرتاسری

رایج بالای دفترچه یادداشت.

Show toolbar : نشان دادن ویرایش نوار ابزار در بالای

دفترچه یادداشت.

Stack Windows: مرتب کردن پنجره در یک صفحه

ی همپوشانی.

Tile Windows Wide : مرتب کردن همه پنجره ها و مناسب بودن در صفحه یکی بالای

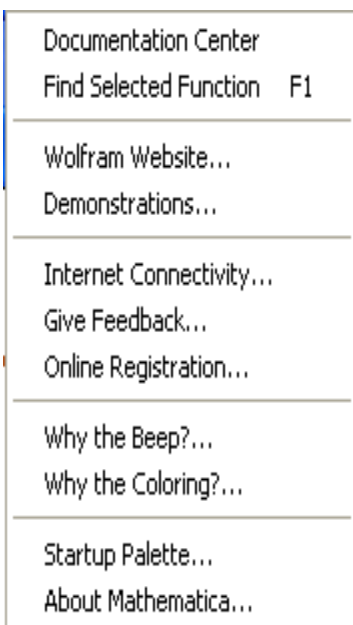
دیگری.

Tile Windows Tall: مرتب کردن همه پنجره ها برای مناسب بودن در یک طرف صفحه.

Full Screen: تغییر وضع دادن همه صفحه ونمایش دادن برای دفترچه یادداشت رایج.

Messages: نشان دادن پیام دفتر چه یادداشت.

Help



Documentation Center : باز کردن سوابق

کامل برنامه متمتیکا .

Find Celected Function : باز کردن مرجع کامل برنامه متمتیکا.

Wolfram Website : یافتن اطلاعات درباره توابع مورد نظر.

Demonstrations ... : برنامه اصلی پژوهش اینترنتی

Intemet Connectivity ... : باز کردن پروژه های اینترنتی برای اثبات برنامه و تست اتصال اینترنت و چک برای به روز اوری اسناد.

Give Feedback ... : باز کردن باز یافت پژوهش برنامه در سایت.

Online Registration... : ثبت سایت اینترنتی نرم افزار متمتیکا

Why the Beep?.. : پی بردن به اینکه چرا در پایان صدا تولید میشود

Why the Coloring?... : پی بردن درباره ترکیب رنگ امیزی

Startup Palette : باز کردن فرم شروع شونده جعبه رنگ و الگو که ظاهر میکند در هر زمانی متمتیکا را.

About Mathematica : باز کردن دفتر چه یادداشت که شامل اطلاعات در باره متمتیکا است.

۳-۱ نحوه اجرای نرم افزار

در سیستم عامل windows نیز با فعال کردن فایل اجرایی نصب ، نرم افزار روی درایو و شاخه مورد نظر نصب و آماده اجرا می شود. بعد از نصب با قرار دادن علامت mouse روی نشان math و کلیک کردن آن، نرم افزار در حافظه اصلی بار می شود، وارد محیط mathematica می شویم، با ثبت enter یک بلاک همراه با علامت | آماده قبول دستور می شود ، یعنی به صورت:

بعد از ورود با ظاهر شدن علامت | دستور را وارد کنید، برای اجرا از Shift + Enter استفاده کنید، اگر دستوراتان صحیح باشد دستور در یک بلاک زیر علامت $:=$ In[۱] , جواب در یک بلاک

دیگر زیر علامت $out[1] =$ و در نهایت دو بلاک کلی دیگر قرار می گیرند. سپس با یک خط افقی از صفحه ی کل جدا می شود با ثبت Enter خط حذف و یک بلاک جدید ظاهر می شود همراه با علامت | برای قبول دستور جدید...

توجه : به جای Shift + Enter می توان از کلید ۵ و Ins قسمت راست صفحه کلید (در صورت خاموش بودن NumLock) استفاده نمود.

بار کردن بسته ها (Packages)

در Mathematica برای استفاده حجم کمتر حافظه اصلی دستوراتی که کمتر مورد استفاده قرار می گیرند، و بیشتر جنبه تخصصی دارند در بسته هایی با نام مشخص قرار می گیرند.

برای استفاده از دستورات این بسته ها ابتدا باید بسته مربوطه را در پوشه (folder) مشخص آن بار کنیم سپس مورد استفاده قرار دهیم، در غیر این صورت Mathematica این دستورات را نمی شناسد.

مثال ۱-۱. حاصل ضرب خارجی دو بردار $v = (1, 1, 0)$ و $w = (0, -1, 1)$ را به دست می آوریم، چون حاصل ضرب خارجی با دستور CrossProduct انجام می شود، این دستور در بسته Vector Analysis فلدر Calculus قرار دارد، برای استفاده از این دستور ابتدا باید این بسته را بار کرد:

تعریف بردار $v = (1, 1, 0)$ $v = \{1, 1, 0\};$

تعریف بردار $w = (0, -1, 1)$ $w = \{0, -1, 1\};$

بار کردن بسته در فلدر مربوطه اش با دستور

Need[VectorAnalysis]

W و V ضرب خارجی و

CrossProduct [v, w]

$\{1, -1, -1\}$

۴-۱ مروری بر قسمتی از امکانات

۱-۴-۱ ریاضیات مقدماتی

اعداد معروف در Mathematica عبارتند از:

Pi	عدد پی π
E	عدد نپر e
I	عدد موهومی i
Infinity	بینهایت $+\infty$
-Infinity	منهای بینهایت $-\infty$
Degree	درجه

و همچنین اعمال اصلی محاسباتی عبارتند از :

a/b	تقسیم a بر b
$a \pm b$	جمع و تفریق a و b
a^b	a به توان b
$a * b$ یا $a b$	ضرب a در b
$-a$	قرینه a

توجه : برای اجرای دستور در متمتیکا به طور همزمان دکمه SHIFT + INTER را فشار دهید تا نتیجه در خط بعدی ظاهر شود.

مثال ۱-۲.

$$234 + 124$$

حاصل جمع دو عدد

۳۵۸

$$2^{100}$$

حاصل 2^{100}

۱۲۶۷۶۵۰۶۰۰۲۲۸۲۲۹۴۰۱۴۹۶۷۰۳۲۰۵۳۷۶

$x = \text{value}$ $y = x$ $\text{Clear}[x]$	مقدار value در متغیر جایگزین می شود مقدار x در y هم جایگزین می شود مقدار x را پاک میکند
--	---

مثال ۳-۱

به x مقدار 100 را نسبت میدهد $x = 100;$

جایگزینی مقدار x در $x^2 + 2 * x + 10$ $x^2 + 2 * x + 10$

توجه : اگر در آخر دستوری از علامت ; استفاده گردد عمل expr , انجام میشود اما نمایش داده نمیشود تا زمانی که

به دستوری برسیم که ; نداشته باشد.

$2 + 3i$ در Z_1 جایگزین میشود.

$$Z_1 = 2 + 3i;$$

$4 - 5i$ در Z_2 جایگزین میشود.

$$Z_2 = 4 - 5i;$$

حاصل ضرب مختلط Z_1 در Z_2 :

$$Z_1 * Z_2$$

$$(4 - 5i)(2 + 3i) \text{ را میدهد}$$

۲-۴-۱ توابع ریاضی

	ریشه دوم تابع نمایی فاکتوریل لگاریتم طبیعی و لگاریتم در مبنای عدد مثبت b
--	---

مثال ۴-۱.

$$N[\text{Sqrt}[2], 10]$$
محاسبه مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ تا ۱۰ رقم با معنی

۱.۴۱۴۲۱۳۵۶۲

۲۰!

محاسبه ۲۰! فاکتوریل

۲۴۳۲۹۰۲۰۰۸۱۷۶۶۴۰۰۰۰

$$\text{Log}[1000.]$$

۶.۹۰۷۷۶

$$\text{Log}[10, 1000.]$$

۳

۳-۴-۱ توابع مثلثاتی و معکوس آنها :

$$\text{Sin}[x], \text{Cos}[x], \text{Tan}[x], \text{Cot}[x], \text{Sec}[x], \text{Csc}[x], \text{ArcSin}[x], \text{ArcCos}[x],$$
نکاتی مهم در مورد توابع در **Mathematica** :

- نام همه توابع با حرف بزرگ شروع می شود و در توابع چند قسمتی شروع هر قسمت نیز با

حرف بزرگ است مانند $\text{ArcSin}[x]$ و $\text{Sin}[x]$ و ...- ارگومانهای توابع داخل براکت "[]" قرار دارد، مانند $\text{Sin}[x]$ ، $f[x]$ و ...

- آرگو مانهای توابع مثلثاتی بر حسب رادیان محسوب می شود .

مثال ۱-۵.

برای محاسبه $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin(۸.۴)$

$N[\sin[\pi/۴] + \sin[۸.۴]]$

- اگر جلوی آرگومان Degree قرار دهید آرگومان بر حسب درجه منظور میشود.

محاسبه $\sin(۳۰)N[\sin[۳۰ \text{ Degree}]]$

۰.۵

محاسبه $\text{ArcTan}(۱)$

$\pi/۴$

توجه: هر گاه آرگومان در دامنه تعریف تابع نباشد، پیام خطا یا خود دستور را دریافت خواهید کرد.

مثال ۱-۶. $\text{Arc Tan}[۲]$

$\text{ArcTan}[۲]$

$\text{Floor}[x]$	تابع جزء صحیح x
$\text{Abs}[x]$	تابع قدر مطلق x
$\text{Ronde}[x]$	نزدیک ترین عدد صحیح به x

مثال ۱-۷. با فرض $x = ۳.۱۴$ میخواهیم مقادیر x و $|x|$ ، $[x]$ را در یک مجموعه نمایش دهیم.

$x = ۳.۱۴$

$\{x, \text{Abs}[x], \text{Floor}[x]\}$
 $\{۳.۱۴, ۳.۱۴, ۳\}$

۴-۴-۱ دستورات توابع :

$\%$ $\%\%$ $\text{Intgrate}[f(x)]$	آخرین نتیجه قبلی دومین نتیجه قبلی از آخر دستور محاسبه $\int_a^b f[x]dx$
---	---

مثال ۱-۸.

نمایش π تا ۴۰ رقم اعشاری $N[\text{Pi}, 40.]$

۳.۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۳۸۴۶۲۶۴۳۳۸۳۲۷۹۵۰۲۸۸۴۱۹۷۲

مثال ۱-۹.

محاسبه $\int (x^2 - 3x)dx$: $\text{Integrate}[x^2 - 3x, x]$

$$-\frac{3x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

مثال ۱-۱۰. محاسبه $\frac{d}{dx} (x^2 - \frac{x^3}{3})$: $D[\%, x]$

$$-3 + 2x$$

۴-۵-۱ محاسبات جبری :

یکی از ویژگیهای مهم این است که می تواند محاسبات نمادی را همانند اعداد انجام دهد .

عملیات عددی:
عملیات جبری:

مثال ۱-۱۱.

$$X^2 + x + 4 * x^2$$

$$X + 5x^2$$

$\text{Expr}/.x \rightarrow \text{valu}$ $\text{Expr}/.\{x \rightarrow \text{xval}, y \rightarrow \text{yval}, \dots\}$	در value , جایگزین x , میشود , چندین جایگزینی باهم
--	--

مثال ۱-۱۲.

$$(x + y) * (x - Y)^2 /. \{x \rightarrow 1, y \rightarrow z_1\}$$

$$(1 - z_1)^2 (1 + z_1)$$

Expand[expr]	دسته بندی expr
Factor[expr]	تجزیه expr به عوامل اول
Simplify[expr]	ساده کردن expr
PowerExpand[expr]	بسط $(a^b)^c$ و $(a b)^c$ در

مثال ۱-۱۳.

$$\text{Expand}[(1 - x)^2]$$

$$1 - 2x + x^2$$

$$\text{Factor}[\%]$$

$$(-1 + x)^2$$

$$\text{Simplify}[1/4(-1 + x) - 1/4(1 + x) + 1/(1 + x^2)]$$

$$\frac{1 - x^2}{2 + 2x^2}$$

$$\text{PowerExpand}[(x * y)^2]$$

$$x^2 y^2$$

۱-۴-۶ حل معادلات و دستگاه معادلات جبری :

	مقدار y را در x جایگزین میکند. (جایگزینی) اگر x با y برابر باشد True ; در غیر اینصورت False. (تساوی منطقی)
--	---

مثال ۱-۱۴.

X با مقدار ۵ جایگزین میشود.

$$X = 5$$

۵

$$x == 6$$

X برابر ۶ میباشد یا نه؟ جواب: خیر

False

حل معادله $rhs = lhs$ نسبت به x در $expr$ به جای x جواب را قرار می دهد	
---	--

مثال ۱-۱۵. حل معادله $x^2 + 2x + 7 = 0$ و یافتن ریشه های آن.

$$\text{Solve}[x^2 + 2x + 7 == 0, x]$$

$$\{\{x \rightarrow -1 - \sqrt{6}i\}, \{x \rightarrow 1 + i\sqrt{6}\}\}$$

می توان به هر کدام از جوابها بادستور زیر تا n رقم دلخواه دست یافت .

$$N[\%, 10][[1]]$$

$$\{\{x \rightarrow -1.000000000 + 2.449489743i\}\}$$

دومین جواب را تا ۱۰ رقم با معنی نمایش می دهد.

محاسبه تقریب جوابهای عددی چند جمله ای محاسبه جواب تقریبی تا n رقم با معنی	n
--	-----

مثال ۱-۱۶. حل معادله $x^5 + 7x^3 + 3 = 0$ و یافتن ریشه های

$$7x^3 + 3 == 0, x]$$

$$\{\{x \rightarrow -0.735471\}, \{x \rightarrow -0.246729 - 1.32082i\}, \{x \rightarrow -0.246729 + 1.32082i\}$$

$$\}, \{x \rightarrow 0.958532 - 0.498428i\}, \{x \rightarrow 0.398266 + 0.650754i\}\}$$

توجه: برای حل معادلات غیر جبری از قبیل مثلثاتی لگاریتمی نمایی و... از دستور FindRoot استفاده می شود. که در قسمتهای بعدی بحث خواهد شد.

حل دستگاه چند معادله چند مجهولی بر حسب x و y $\text{Solve}[\{lhs_1 == rhs_1, lhs_2 == rhs_2, \dots\}\{x, y, \dots\}]$
--

مثال ۱-۱۷.

$$\text{Solve}[\{ax + 2y == 1, x - by == 2\}, \{x, y\}]$$

$$\{y \rightarrow \frac{1-ax}{2}, x \rightarrow 2+by\}$$

$$\begin{cases} x - by = 2 \\ ax + 2y = 1 \end{cases} \quad \text{حل دستگاه}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \quad \text{حل دستگاه}$$

$$\text{Solve}[\{x - y == 1, x + 2y == -1\}, \{x, y\}]$$

$$\{x \rightarrow -\frac{1}{3}, y \rightarrow -\frac{2}{3}\}$$

مثال ۱-۱۸. برای حل دستگاه عددی $\begin{cases} x + y + z = 0.2 \\ x - 3y = -2 \\ x + 2y + z = -1 \end{cases}$ قرار می دهیم:

$$\text{NSolve}[\{x + y + z == 0.2, x - 3y == -2, x + 2y + z == -1\}, \{x, y, z\}]$$

$$\{x \rightarrow -0.5, y \rightarrow -1, z \rightarrow 1.5\}$$

اگر دستور Solve به جای NSolve استفاده کنید جوابهای $x = -1, y = -\frac{5}{2}, z = \frac{7}{2}$ دریافت میکنیم.

	محاسبه $\sum_{i=1}^{\infty} f$
	محاسبه تقریبی $\sum_{i=1}^{\infty} f$
	حاصلضرب $f_m \times f_{m+1} \times \dots \times f_p$

توجه: در دستور Sum اگر $i=1$ نماد di را می توان حذف کرد و اگر $m=1$ نماد m را هم میشود حذف کرد و اگر n, f

با خود جمع شود، i را نیز می توان حذف کرد.

Sum[x^i/i!, {i, ۱, ۱۰, ۲}]

مثال ۱-۱۹. محاسبه $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$ طول گام ۲

$$x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^8}{362880} + \frac{x^9}{3628800} + \frac{x^{10}}{36288000}$$

NSum[(-۵)^i/i!, {i, ۰, ∞}]

مثال ۱-۲۰. حاصل جمع $\sum_{i=0}^{\infty} (-5)^i/i!$

۰.۰۰۰۶۷۳۷۹۵

توجه : در بعضی موارد دستور Sum قادر به محاسبه مجموع

تا بی نهایت نمی باشد پس با دستور NSum جواب تقریبی به دست می آید.

Product[x + i, {i, ۲, ۴}]

$$(2+x)(3+x)(4+x)$$

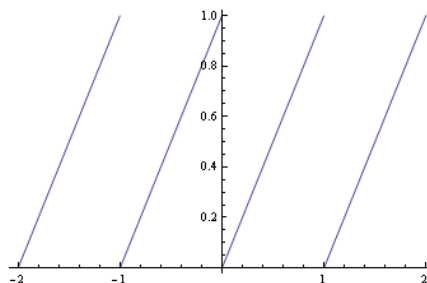
۱-۴-۷ رسم توابع و رابطه ها :

در این بخش چند دستور مقدماتی برای رسم ارائه میشود.

رسم تابع $f(x)$ در b
رسم چند تابع f_1, f_2 و باهم در فاصله $a \leq x \leq b$

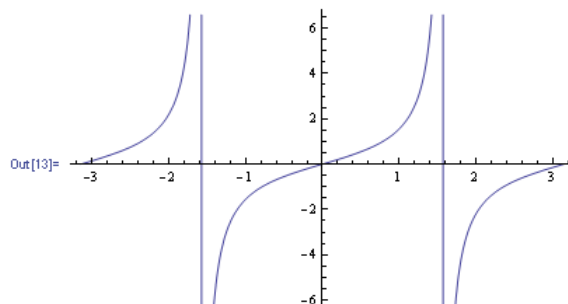
مثال ۱-۲۱. برای رسم تابع $y = x - [x]$ (جزء کسری) در فاصله $[-2, 2]$ قرار میدهم:

Plot[{x - Floor[x]}, {x, -۲, ۲}]



مثال ۱-۲۲. رسم تابع $\tan[x]$ از $-\pi$ تا π

Plot[Tan[x], {x, -Pi, Pi}]



Clear[f]

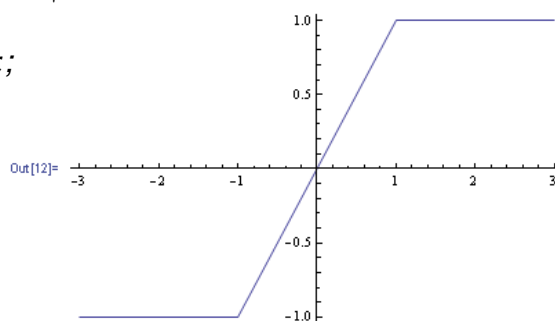
مثال ۱-۲۳. رسم تابع علامت از $-\infty$ تا ∞

$f[x_/_; -3 \leq x \leq -1] := -1$

$f[x_/_; -1 \leq x \leq 1] := x$;

$f[x_/_; 1 \leq x \leq 3] := 1$;

Plot[f[x], {x, -3, 3}]



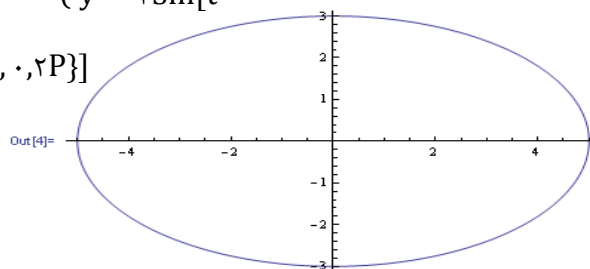
۱-۴-۸ توابع پارامتری :

درماتیکا همچنین می توان توابع پارامتری را تعریف و رسم نمود.

ParametricPlot[{x _۱ , y _۱ }, {x _۲ , y _۲ }, ..., {t, a, b}]	<p>رسم تابع پارامتری $P(x(t), y(t))$</p> <p>درفاصله $[a, b]$</p> <p>رسم چند تابع پارامتری (x_1, y_1) و (x_2, y_2)</p> <p>و. $a \leq t \leq b$ با هم</p>
--	--

مثال ۱-۲۴. رسم تابع $\begin{cases} x = 5 \cos[t] \\ y = 3 \sin[t] \end{cases}$

ParametricPlot[{5Cos[t], 3Sin[t]}, {t, 0, 2P}]

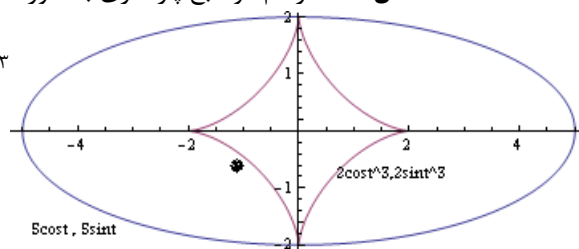


مثال ۱-۲۵. رسم دو تابع پارامتری به طور همزمان

$$f_r = r \cos^3 t, r \sin^3 t \quad \text{و} \quad f_1 = r \cos t, r \sin t$$

ParametricPlot[{{r Cos[t], r Sin[t]},

{r Cos[t]^3, r Sin[t]^3}}, {t, 0, 2 Pi}]



۹-۴-۱ ترکیب توابع :

متمتیکا به آسانی می تواند ترکیب توابع انجام دهد .

	x ترکیب توابع و با متغیر ترکیب f , n بار با خودش
--	---

Clear[f]

مثال ۱-۲۶. تعریف f قبلی را پاک میکند.

f[x_] = Sqrt[x];

تعریف $f(x) = \sqrt{x}$

g[x_] = 1 - x^2;

تعریف $g(x) = 1 - x^2$

Composition[f, g][x]

تابع fog

$1 - x^2$

جواب :

h[x_] = 1/(1 + x)

مثال ۱-۲۷. تعریف تابع $h(x) = \frac{1}{1+x}$

Nest[h, x, 3]//Simplify

ساده ترین فرم ترکیب $h(x)$ سه بار با خودش

$$\frac{2+x}{3+2x}$$

۱-۴-۱۰ مثلثات :

توابع مثلثاتی در قسمت توابع ریاضی معرفی شده اند در متمتیکا می توان توابع مثلثاتی را بسط داد, فاکتور گرفت , معادلات و دستگاه معادلات مثلثاتی را حل نمود.

نمایش expr بر حسب $\text{Sin}^2 x$ و غیره	
نمایش expr بر حسب $\text{Sin} x^2$ و غیره	

مثال ۱-۲۸. $\text{Clear}[x]$

$\text{Expand}[\text{Sin}[x]^2 + \text{Cos}[2x]^2, \text{Trig} \rightarrow \text{True}]$

$$1 - \frac{\text{Cos}[x]^2}{2} + \frac{\text{Cos}[x]^4}{2} + \frac{\text{Sin}[x]^2}{2} - 2\text{Cos}[x]^2 \text{Sin}[x]^2 + \frac{\text{Sin}[x]^4}{2}$$

$\text{Factor}[\%, \text{Trig} \rightarrow \text{True}]$

$$-2(\frac{1}{2} - \text{Cos}[2x] + \text{Cos}[4x])$$

همچنین میتوان مقادیر توابع مثلثاتی نمودار آنها و دیگر محاسبات مثلثاتی را با متمتیکا به دست آورد. حل معادلات و دستگاههای مثلثاتی لگاریتمی و نمایی را با روش سریع نمی توان در متمتیکا به دست آورد برای تعیین جواب از روش عددی استفاده می کنیم که جواب تقریبی خیلی دقیقی به دست می دهد.

جستجو برای تعیین جواب معادله $\text{lhs} == \text{rhs}$ شروع با یک مقدار تقریبی $x = x$
$\text{FindRoot}[\text{lhs} == \text{rhs}, \{x, x.\}]$
جستجو برای ریشه یابی equ با دو مقدار اولیه x_1 و x_2 (زمانی که مشتق به طور صریح تعیین نمی شود).
جستجو برای ریشه یابی equ بایک مقدار اولیه در فاصله $[a, b]$

جستجو برای تعیین جوابهای x و y ...دستگاه با تقریبهای اولیه x, y ,

مثال ۱-۲۹. معادله $\sin x = 0$ بی نهایت جواب دارد. برای یافتن ریشه نزدیک به $x = 3$ قرار دهید:

`FindRoot[Sin[x] == 0, {x, 3}]`

`{x -> 3.14159}`

`FindRoot[Sin[x] == 0, {x, 6}]`

`{x -> 6.28319}`

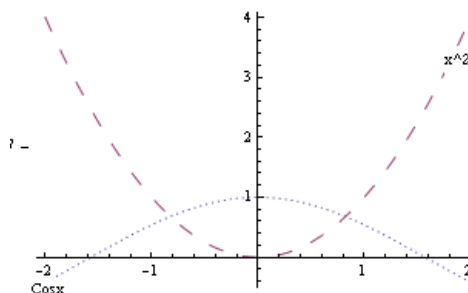
توجه: برای تعیین تقریب اولیه جواب می توان از رسم نمودار استفاده کرد.

مثال ۱-۳۰. رسم نمودار x^2 و $\cos x$ با هم و تعیین ریشه مثبت $x^2 - \cos x = 0$

`FindRoot[x^2 == Cos[x], {x, 1}]`

`{x -> 0.824132}`

`Plot[{Cos[x], x^2}, {x, -2, 2}]`



مثال ۱-۳۱. برای حل دستگاه غیر خطی $\sin x = \cos y$ و $x + y = 1$ با تقریب اولیه $x = 0.1$ و $y = 0.2$ قرار می دهیم:

`Findroot[{Sin[x] == Cos[y], x + y == 1}, {x, 0.1}, {y, 0.1}]`

`{x -> 1.2854, y -> -0.285398}`

۱-۴-۱۱ لگاریتم :

توابع و قبلا" در قسمت توابع ریاضی تعریف شده اند در این قسمت محاسبات لگاریتمی حل معادلات لگاریتمی و دستگاه معادلات لگاریتمی را بررسی می کنیم.

	$\ln x$: لگاریتم طبیعی لگاریتم x در b مبنای
--	---

توجه برای استفاده از قوانین لگاریتم باید ابتدا در محیط متمتیکا این قوانین را تعریف کرد.

مثال ۱-۳۲. لگاریتم ۱۰۰۰ در پایه e $\text{Log}[1000.]$

۶.۹۰۷۷۶

مثال ۱-۳۳. لگاریتم ۱۰۰۰ در پایه ۱۰ $\text{Log}[10, 1000.]$

توجه : برای حل معادلات لگاریتمی ونمایی از دستور Findroot استفاده میشود
۳

مثال ۱-۳۴. حل معادله $2\sin x = \ln x$ با نقطه شروع $x = 1$:

$\text{FindRoot}[2\sin[x] == \text{Log}[x], \{x, 1\}]$

$\{x \rightarrow 2.63571\}$

توجه : برای تعیین نقطه شروع می توان از دستور Plot استفاده نمود.

مثال ۱-۳۵. نزدیک ترین ریشه به $x = 15$ در مثال قبل را با کمک رسم به دست آورید.

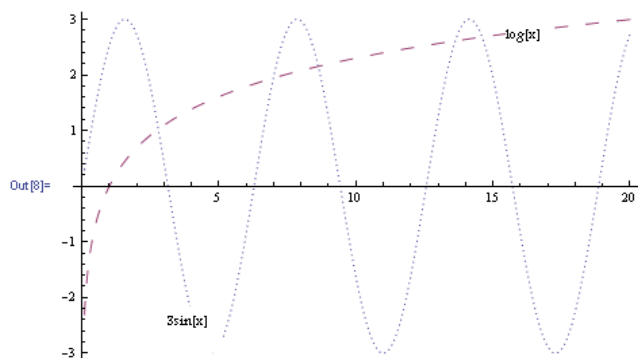
$\text{FindRoot}[3\sin[x] == \text{Log}[x], \{x, 15\}]$

$\{x \rightarrow 14.6024\}$

نزدیکترین ریشه را در $x = 15$ پیدا کنید.

$\text{Plot}[\{3\sin[x], \text{Log}[x]\}, \{x, 0.1, 20\},$

$\text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Dashing}[\text{Tiny}], \text{Dashing}[\text{Large}]\}]$

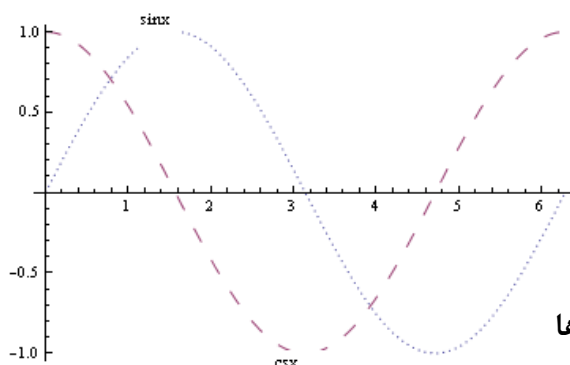


دستور خط چین نمودن خطوط

مثال ۱-۳۶. شکل توابع $\text{Sin}[x]$ و $\text{Cos}[x]$ را با هم روی فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید،

به طوری اولین تابع به صورت کوچک و دومین تابع بزرگ خط چین شود.

`Plot[{Sin[x], Cos[x], {x, 0, 2Pi}}, PlotStyle—
> {Dashing[Tiny], Dashing[Large]}]`



۱-۴-۱۲ ماتریس ها

یک ماتریس در متمتیکا به عنوان یک لیست از لیست ها تعریف می شود، که لیست های داخلی بردارهای سطری ماتریس هستند. گاهی اوقات مفید است که بردار سطری یا ستونی

منحصر به فردی را از یک ماتریس جدا نمود $M[[i]]$. i امین بردار سطری از ماتریس M را می دهد. ماتریسها در متمتیکا به صورت زیر تعریف می شوند.

توجه : به دلیل آنکه در حافظه متمتیکا حروف N, I, E, D, C, O نماد های رزو شده اند، آنها را برای نام گذاری ماتریسها به کار نبرید. ماتریس ها بکار نبرید (در عوض می توان از حروف کوچکشان استفاده کرد).

	تولید ماتریس $m \times n$ با مولفه های a_{ij} نمایش <code>list</code> به فرم ماتریسی نمایش <code>list</code> به فرم جدول تولید ماتریس $m \times n$ با نام $a[i, j]$ مولفه سطر i ام وستون j ام ان میباشد.
--	--

مثال ۱-۳۷. فرم ماتریسی وسطر دوم لیست را پیدا کنید.

`Clear[M];`

`M = {{1,2,3,4},{5,6,7,8},{9,10,11,12}};`

فرم ماتریسی لیست را نمایش میدهد.

`MatrixForm[M]`

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

سطر دوم لیست را نمایش میدهد.

`M[[۲]]`

`{5,6,7,8}`

مثال ۱-۳۸. تولید یک ماتریس ۲×۳ با مولفه های $i \times j$ با نام `a`

`a = Table[i * j, {i, ۲}, {j, ۳}]`

`{{1,2,3},{2,4,6}}`

MatrixForm[a]

نمایش ماتریس a

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

حساب ماتریسی :

متمتیکا از دستورات زیر جهت محاسبات ماتریسی استفاده می کند:

$$A + B, \quad A -$$

$$A/K, \quad A.B,$$

	تعیین ماتریس بعد
m	تعیین ترانهاده ماتریس
list	ماتریس قطری , با عناصر قطری
	ماتریس همانی $n \times n$

توجه : از نقطه (.) برای ضرب یک ماتریس در یک اسکالر و بویژه از (A^{-1}) برای بدست آوردن معکوس ماتریس A استفاده نکنید.

به دلیل آنکه درحافظه متمتیکا حروف N, I, E, D, C, O نمادهای رزو شده اند، آنها را برای نام گذاری ماتریسها به کار نبرید. (در عوض می توان از حروف کوچکشان استفاده کرد.)

مثال ۱-۳۹.

Dimensions[a]

نمایش بعد ماتریس مثال قبل

{۲,۳}

Transpose[a]

نمایش ترانهاده ماتریس a $\{\{1,2\},\{2,4\},\{3,6\}\}$

MatrixForm[%]

نمایش ماتریسی A^T

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

مثال ۱-۴۰. تولید یک ماتریس قطری با قطر (v, b, c)

DiagonalMatrix[{v, b, c}]

 $\{\{v, 0, 0\}, \{0, b, 0\}, \{0, 0, c\}\}$

IdentityMatrix[Δ];

مثال ۱-۴۱. MatrixForm[%]

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

	برگشت مولفه سطر i ام و ستون j ام ماتریس m برگشت سطر i ام ماتریس m برگشت ستون j ام ماتریس m
--	--

مثال ۱-۴۲. هر گاه a ماتریس ۲ باشد انگاه : $a[[2,3]]$

دسترسی به درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس

۶

 $a[[2]]$

دسترسی به سطر دوم ماتریس

 $\{2,4,6\}$

جمع و ضرب ماتریسها :

برای ضرب ماتریسی در متمتیکا در صورت ضرب پذیر بودن از علامت ضرب داخلی (.) استفاده می شود.

مثال ۱-۴۳. ضرب ماتریسی :

$$A = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{-2, 3, -4, 1\}, \{3, 4, 1, 2\}, \{4, -1, 2, 3\}\};$$

$$B = \{\{1, 0, -1, 0\}, \{1, -2, 1, 2\}, \{-3, 1, -3, 1\}, \{2, 1, 2, 1\}\};$$

MatrixForm[A . B]

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 11 \\ -9 & 19 & 38 & 11 \\ -5 & 2 & 11 & 11 \\ 3 & 7 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

MatrixForm[B . A]

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 & 2 \\ 16 & -2 & 16 & 10 \\ -10 & -16 & -14 & -14 \\ 10 & 14 & 6 & 16 \end{pmatrix}$$

$$A.B == B.A$$

False

آزمایش می کند که این دو ضرب برابر است یا نه

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

مثال ۱-۴۴. جمع ماتریسی

$$\text{Clear}[a, b] \quad \{\{a, b\}, \{c, d\}\} + \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$$

$$\{\{1 + a, 2 + b\}, \{3 + c, 4 + d\}\}$$

	معکوس یک ماتریس مربع m
	تعیین دترمینان ماتریس مربع m

مثال ۱-۴۵. معکوس و محاسبه دترمینان ماتریس $B = \begin{bmatrix} ۱.۲۵ & .۷۴ \\ .۲۵ & .۶ \end{bmatrix}$;

$$B = \{\{۱.۲, ۵.۷\}, \{۴.۲, ۵.۶\}\};$$

Det[B]

-۱۷.۲۲

معکوس ماتریس B

Inverse[B]

$\{\{-۰.۳۲۵۲۰۳, ۰.۳۳۱۰۱\}, \{۰.۲۴۳۹۰۲, -۰.۰۶۹۶۸۶۴\}\}$

چند جمله ای مشخصه، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه:

بردارهای ویژه و مقادیر ویژه در جبر مطرح میشوند. ماتریس مربعی A مفروض است اگر بردار ناصفر X موجود باشد به طوری که $Ax = \mu x$ ماتریس مشخصه A و مقادیر ویژه ریشه های معادله مشخصه $|A - \mu I|$ میباشند و $p(\mu) = |A - \mu I|$ چند جمله ای مشخصه ماتریس A نامیده می شود.

مقادیر ویژه ماتریس A بردار ویژه ماتریس A بردارهای ویژه مربوط به مقادیر ویژه ماتریس A همراه با هم به ترتیب	
--	--

مثال ۱-۴۶. تعیین مقادیر ویژه ماتریس: $A = \begin{pmatrix} ۳ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۶ & ۳ \\ ۰ & ۰ & -۳ \end{pmatrix}$ Clear[A]

تعریف ماتریس A $A = \{\{۳, ۱, ۱\}, \{۰, ۶, ۳\}, \{۰, ۰, -۳\}\}$

مقادیر ویژه ماتریس A Eigenvalues[A]

$\{۶, -۳, ۳\}$

بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه بالا: Eigenvectors[A]

$$\{\{1, 3, 0\}, \{-1, -3, 9\}, \{1, 0, 0\}\}$$

بردار ویژه متناظر بامقدار ویژه با هم: Eigensystem[A]

$$\{\{6, -3, 3\}, \{\{1, 3, 0\}, \{-1, -3, 9\}, \{1, 0, 0\}\}\}$$

مثال ۱-۴۷. تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه ماتریس

$$A = \begin{pmatrix} \dots \end{pmatrix}$$

$$A = \{\{-6, 1, 2, 0\}, \{1, 0, -3, -1\}, \{2, 1, -6, 0\}, \{-2, 2, 0, -3\}\};$$

Eigenvalues[A]

$$\{-8, -3, -2, -2\}$$

Eigenvectors [A]

$$\{\{1, -4, -9, 6\}, \{1, 1, 1, 1\}, \{1, 2, 1, 2\}, \{0, 0, 0, 0\}\}$$

۱-۴-۱۳ معادلات دیفرانسیل :

معادلات دیفرانسیل نمایش طبیعی بسیاری از مسائل فیزیکی می باشند. هر چند در حالت کلی پیدا کردن جواب دقیق آنها فوق العاده مشکل است و اغلب جواب های عددی به صورت جایگزین یافت می شوند، می توان از متمتیکا برای حل ضمنی بعضی از معادلات دیفرانسیل ساده با کمک دستور DSolve استفاده نمود اما این دستور برای حل معادلات دیفرانسیل خیلی کار ساز نیست. وقتی حل معادله برای متمتیکا خیلی مشکل باشد میتوان با به کار گیری دستور NDSolve به جواب های عددی متوسل شد. منظور از حل یک معادله دیفرانسیل، حذف مشتق و یا محاسبه $y(x)$ می باشد. در متمتیکا می توان معادلات دیفرانسیل را مستقیماً حل نمود و شرایط اولیه یا شرایط مرزی را نیز با استفاده از دستور Dsolve بکار برد. توجه داشته باشید که مشتق با استفاده از علامت ' بیان می گردد.

	حل معادله دیفرانسیل equ نسبت به $y[x]$: حل معادله دیفرانسیل با شرط cond: حل عددی معادله دیفرانسیل در فاصله $[a, b]$:
--	--

معادلات مرتبه اول :

Clear[Y]

D[Y[X], X]

 $y'[x]$

مثال ۱-۴۸.

الف) معادله دیفرانسیل $y' - 2y = 0$ را حل کنید

DSolve[y'[x] == 2 * y[x], y[x], x].

 $\{\{y[x] \rightarrow e^{2x}c[1]\}\}$ که در آن ثابت های انتگرال گیری توسط متمتیکا ، $C[1]$ و $C[2]$ معرفی شده اند. می توان

شرایط اولیه را به صورت زیر به کار برد:

$$\text{DSolve}\{\{Y''[X] - \sin[X] - \cos[X] = 0, Y[0] == 0, Y'[0] == 0\}, Y[X], X\}$$
Out:= $\{\{Y[X] \rightarrow 1 + X - \cos[X] - \sin[X]\}\}$ ب) حل معادله دیفرانسیل $y' = y \cos(x + y)$ با شرط $y(0) = 1$ روی فاصله $[0, 3.0]$

DSolve[y'[x] == y[x] Cos[x + y[x], y[0] == 1], y[x], {x, 0, 3.0}]

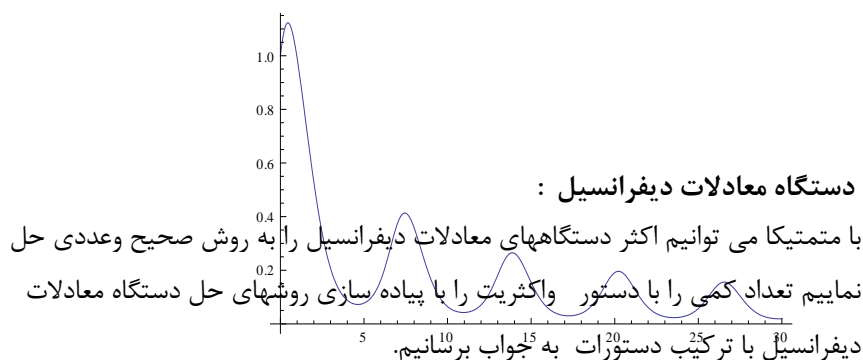
مشاهده می شود که این معادله با دستور DSolve قابل حل نیست پس از دستور حل عددی

استفاده می کنیم.

$$\text{NDSolve}\{y'[x] == y[x] \cos[x + y[x]], y[0] == 1, y[x], \{x, 0, 3.0\}\}$$
 $\{\{y[x] \rightarrow \text{InterpolatingFunction}[\{\{0., 3.0\}\}; <>]\}$

دستور NDSolve جوابی تقریبی به صورت تابع درونیاب گذرنده از نقاط بدست آمده از حل عددی معادله دیفرانسیل ارائه می دهد برای دیدن جواب تقریبی از رسم جواب عددی استفاده می کنیم.

`Plot[Evaluate[y[x]/.s], {x, 0, 30}, PlotRange-> All]`



حل دستگاه equ_1, equ_2, \dots بر حسب توابع $x[t], y[t], \dots$ با متغیر مستقل t
`DSolve[{equ1, equ2, ...}, {x[t], y[t], ...}, t]`

مثال ۱-۴۹. حل دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} x'[t] = y[t] \\ y'[t] = x[t] \end{cases}$ با دستور DSolve

`Clear[x, y, t]`

`DSolve[{x'[t] == y[t], y'[t] == x[t]}, {x[t], y[t]}, t]`

`{{x[t] -> -e-t(1 + e2t)c[1] + e-t(-1 + e2t)c[2]},`

`{y[t] -> -e-t(-1 + e2t)c[1] + e-t(1 + e2t)c[2]}}`

حل عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل :

با دستور NDSolve میتوان جواب عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل را بدست آورد.

جواب عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل برای چند تابع y_i
`NDSolve[{equ1, equ2, ...}, {y1, y2, ...}, {x, xmin, xmax}]`

مثال ۱-۵۰. حل دستگاه معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} y'(t) = 2x(t) - y(t)^2 \\ x'(t) = -y(t) - x(t)^2 \end{cases}$$
 با شرایط
 $y(0) = x(0)$ روی فاصله $0 < t < 20$:

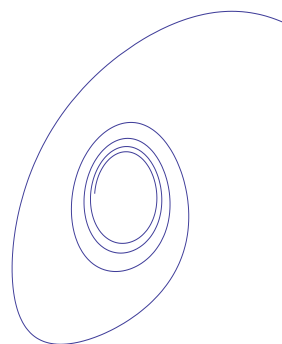
`S = NDSolve[{x'[t] == -y[t] - x[t]^2, y'[t] == 2x[t] - y[t]^2,`

`X[.] == y[.] == 1}, {x, y}, {t, 20}]`

`{x-> InterpolatingFunction[{{., 20.}}, <>],`

`y-> InterpolatingFunction[{{., 20.}}, <>]]}`

`ParametricPlot[Evaluate[{x[t], y[t]}/. s], {t, 0, 20}]`



۱-۴-۱۴ تبدیل لاپلاس :

اگر f یک تابع تعریف شده روی $[0, \infty)$ باشد تبدیل لاپلاس تابع $f(x)$ (در صورت وجود انتگرال نامتعارف) عبارت است از:

$$F(s) = L\{f(x)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

	تبدیل لاپلاس تابع $f(t)$ $(L\{f(t)\})$
I	عکس تبدیل لاپلاس $F(s)$ $(L^{-1}\{F(s)\})$

مثال ۱-۵۱. تبدیل لاپلاس مجموع توابع $f(t) = \cosh 3t$, $f(t) = \sin 2t$, $f(t) = e^{-t} t^{-4}$

$$f(t) = e^{-t} t^{-4}$$

`LaplaceTransform[t^4 + Sin[2 t] + Cosh[3 t] + Exp[-t], t, s]`

$$\frac{243}{5} + \frac{11}{+s} + \frac{3}{-9+s^2} + \frac{24}{+s^5}$$

`LaplaceTransform[F''[t], t, s]`

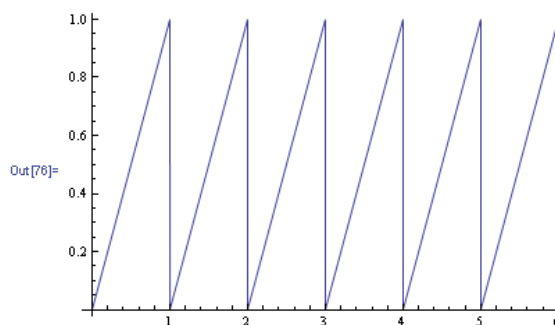
`-sf[.] + s^LaplaceTransform[f[t], t, s] - f'[.]`

مثال ۵۲-۱. تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = x - [x]$ در صورتی که $f(x)$ یک تابع متناوب با دوره تناوب $T = ۱$ باشد.

`F[x_]:=x ; 0 <= x < 1;`

`F[x_]:=f[x-1]/; x >= 1;`

`Plot[f[x], {x, 0, 6}]`



مثال ۵۳-۱. تابع پله ای واحد به صورت `UnitStep[α - ۱]` نوشته شده و مقدار آن ۱ برای $t < \alpha$ و صفر برای $t > \alpha$ می باشد.

`LaplaceTransform[UnitStep[a - t], t, s]`

$$\frac{(1 - e^{as})\text{UnitStep}[a]}{s}$$

`LaplaceTransform[e^t/t^(1/2), t, s]`

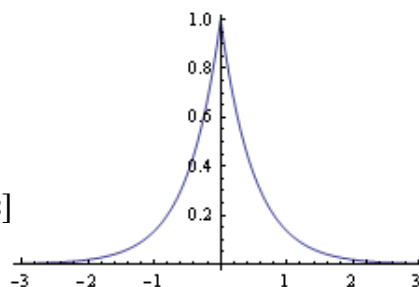
$$\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s - \text{Log}[e]}}$$

مثال ۵۴-۱. عکس تبدیل لاپلاس $\frac{2}{s^2 - 4}$:

`۲InverseLaplaceTransform[۲/(s^۲ - ۴), s, t]`

`۱۲Sin[۴t]`

`LaplaceTransform[t^۴Sin[t], t, s]`



$$\frac{2^4(-1 \cdot s^t + \Delta s^4)}{(1+s^t)^5}$$

Plot[Pdf[LaplaceDistribution[0, 1/2], x], {x, -3, 3}]

۱-۴-۱۵ حساب دیفرانسیل و انتگرال

حد توابع:

حد در نقطه: برای محاسبه حد تابع f در نقطه x_0 از دستور زیر استفاده می شود:

$\text{Limit}[f[x], x \rightarrow x_0]$	$\text{Limit}_{x \rightarrow x_0} f(x)$
---	---

مثال ۱-۵۵. محاسبه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(mx)}{nx}$

$\text{Limit}[\sin[m * x]/n * x, x \rightarrow 0]$

$\frac{m}{n}$

می دانیم تابع $\sin \frac{a}{x}$ در $x = 0$ دارای حد نیست. هر گاه حد بگیم خواهیم داشت:

$\text{Limit}[\sin[1/x], x \rightarrow 0]$

$\text{Interval}[\{-1, 1\}]$

حدود یکطرفه: برای محاسبه این حدود از دستور العمل های زیر استفاده می کنیم:

$\text{Limit}[f[x], x \rightarrow x_0], \text{Direction} \rightarrow -1]$	$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$
$\text{Limit}[f[x], x \rightarrow x_0], \text{Direction} \rightarrow 1]$	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$

مثال ۱-۵۶. تعیین $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1/x$

$\text{Limit}[\frac{1}{x}, x \rightarrow 0, \text{Direction} \rightarrow -1]$

حد در بینهایت: دستور کلی آن به فرم زیر است:

- ∞

Limit[f[x], x-> +Infinity]	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
Limit[f[x], x-> -Infinity]	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

مثال ۱-۵۷. برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 + 4x)/(4x^2 + 1)$ قرار می دهیم:

Limit[(3 * x^2 + 4 * x)/(4 * x^2 + 1), x-> -Infinity]

$-\frac{3}{4}$

مثال ۱-۵۸. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$

Limit[Sqrt[x + Sqrt[x + Sqrt[x]]] - Sqrt[x], x-> -Infinity]

$-\infty$

توجه: دستور Limit قادر به محاسبه حدودی نظیر:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x!}$ یا $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^x}$ نمی باشد در این موارد از دستور NLimit استفاده کنید.

NLimit[f[x], x → Infinity]	حد تقریبی f در بینهایت
----------------------------	------------------------

توجه: برای استفاده دستور از NLimit باید Package (بسته) NLimit را در folderNumerica بار کنید یعنی قرار دهید:

, NLimit, << Numerica

Needs[NumericalCalculus]

آنگاه Nlimit به رنگ قرمز در آمده و قادر به پاسخگویی میباشد.

مثال ۱-۵۹. محاسبه $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^x}$

$$\text{NLimit}[x^5/\text{Exp}[x], x \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$4.44089 \times 10^{-16}$$

$$\text{NLimit}[\text{Sin}[x]/x, x \rightarrow 0.]$$

$$1$$

مشتق:

دستور العمل های اصلی مشتق عبارتند از :

مشتق عبارت f نسبت به x	
مشتق n ام نسبت به X	

مثال ۱-۶۰. مشتق هر یک از توابع زیر را بیابید:

$$F = \frac{x^5 + 3x}{x^6 - 2x} \quad g = \sin^{-1}(x^5) \quad h = \sin(\sin x)$$

$$f) D[(x^5 + 3 * x)/(x^6 - 2 * x), x]$$

$$\frac{3 + 2x}{2 - x^6} - \frac{5(3x + x^5)}{2 - x^6}$$

$$g) D[\text{ArcSin}[x^5], x]$$

$$\frac{5x}{\sqrt{1 - x^6}}$$

$$h) D[\text{Sin}[\text{Sin}[x]], x]$$

$$\text{Cos}[x] \text{Cos}[\text{Sin}[x]]$$

مشتق مراتب بالا نیز:

$$\frac{d^6}{dx^6} (\text{Sin} x^{10}) \quad \text{مثال ۱-۶۱. محاسبه}$$

$$D[\text{Sin}[x]^{10}, \{x, 6\}]$$

$$5040 \text{Cos}[x]^6 \text{Sin}[x]^4 - 4680 \text{Cos}[x]^5 \text{Sin}[x]^5 + 280 \text{Sin}[x]^{10}$$

مثال ۱-۶۲. مطلوب است محاسبه $(f \circ g)(x)$ هر گاه $g(x) = x^2 + \Delta x$ و $f(x) = x^{10}$

Clear[f, g]

$$g[x_] = x^2 + \Delta * x;$$

$$f[x_] = x^{10};$$

$$D[f[g[x]], x]$$

$$10(\Delta + 2x)(\Delta x + x^2)^9$$

مثال ۱-۶۳. مشتق سوم $u(x) v(x)$ را به صورت نمادی بیابید، قرار می دهیم:

$$D[u[x] * v[x], \{x, 3\}]$$

$$3 v'[x] u''[x] + 3 u'[x] v''[x] + v[x] u(3)[x] + u[x] v(3)[x]$$

برای مشتق گیری ضمنی از دستور زیر استفاده کنید:

	مشتق ضمنی معادله نسبت X
--	-------------------------

مثال ۱-۶۴. مشتق y نسبت به x اگر $x^2 + xy + y^2 = 0$:

$$Dt[x^2 + x * y + y^2 == 0, x]$$

$$2x + y + x Dt[y, x] + 2y Dt[y, x] == 0$$

در واقع نماد $Dt[y, x]$ معنی $\frac{dy}{dx}$ را می دهد و معنی عبارت اخیر به صورت زیر است:

$$2x + y + x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

حال اگر بخواهیم $\frac{dy}{dx}$ را صریحا" بیابیم به صورت زیر عمل می کنیم:

حل معادله قبل $\text{Solve}[\text{Dt}[x^2 + x * y + y^2, x] == 0, \text{Dt}[y, x]]$

$$\{\{\text{Dt}[y, x] \rightarrow \frac{-2x-y}{x+y}\}\}$$

کابرد مشتق:

معادله خط مماس : می دانیم هرگاه تابع f در x_0 مشتق پذیر باشد آنگاه معادله بر قسمتی در نقطه

$$(x_0, f(x_0)) \text{ عبارتست از } y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

مثال ۶۵-۱. می خواهیم معادله خط مماس بر منحنی $y = x^3 - 3x + 5$ را در نقطه $(2, 7)$ بیابیم.

تعریف تابع f رسم تابع و خط مماس

`Clear[f]`

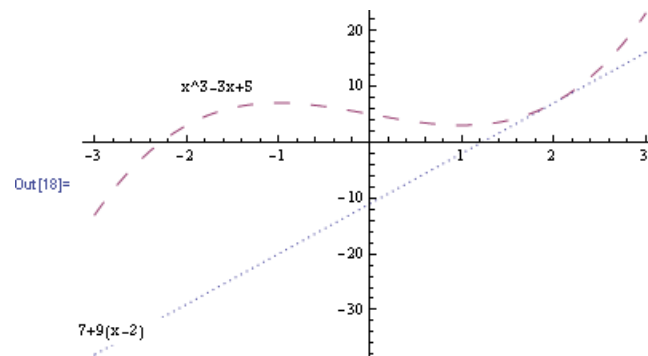
$$f[x_] = x^3 - 3 * x + 5;$$

$$y = 7 +$$

تعرف معادله خط مماس

$$f'[2] * (x - 2);$$

$$\text{Plot}\{7 + 9(-2 + x), x^3 - 3 * x + 5\}, \{x, -3, 3\}$$



ماکزیمم و مینیمم:

می دانیم هر تابع پیوسته بر بازه بسته ای ماکزیمم و مینیمم مطلق است. این مقادیر یا در نقاط بحرانی f' (نقاطی که $f' = 0$ یا f' موجود نیست) روی می دهد یا در نقاط انتهایی بازه.

$\text{Max}[n_1, n_2, \dots]$ $\text{Min}[n_1, n_2, \dots]$	ماکزیمم اعداد n_1, n_2, \dots مینیمم اعداد n_1, n_2, \dots
$\text{FindMinimum}[f, \{x, a, b\}]$ $\text{FindMinimum}[f, \{x, x_0\}]$	مینیمم های نسبی و مطلق مینیممهای نسبی با شروع از نقطه x_0

مثال ۱-۶۶. ماکزیمم و مینیمم تابع مثال قبل در فاصله $[-2, 3]$.

`Clear[f]`

`f[x_] = x^3 - 3 * x + 5;`

`Solve[f'[x] == 0, x]`

`{{x -> -1}, {x -> 1}}`

مثال ۱-۶۷. یافتن ماکزیمم مقادیر در نقاط انتهایی و بحرانی تابع قبلی f

یافتن ماکزیمم مقادیر

`Min[f[-1], f[1], f[2], f[3]]`

۲۳

یافتن مینیمم مقادیر

`Min[f[-1], f[1], f[2], f[3]]`

۳

حال با دستور `FindMinimum` اکسترممهای نسبی f را می یابیم

`FindMinimum[f[x], {x, 0}]`

`{۳., {x -> ۱.}}`

دیفرانسیل:

دستور العمل دیفرانسیل شبیه مشتقگیری ضمنی است.

$\frac{Dt[f, x]}{y} : Dt[y, x] = \cdot$	<p>نسبت f به مشتق x</p> <p>قرار دهید $\frac{dy}{dx} = \cdot$</p> <p>دیفرانسیل کل f</p>
$Dt[f]$	

در مثال های زیر جمیع حالات مختلف آمده است.

مثال ۱-۶۸.

Clear[f, x, y]

تعریف عبارت $f = x^2 + y^2$:

$$f = x^2 + y^2$$

$D[f, x]$

مشتق f نسبت به x

$2x$

$D[f, y]$: مشتق f نسبت به x

$2y$

مشتق ضمنی f نسبت به x

$Dt[f, x]$

$2x + 2yDt[y, x]$

مشتق ضمنی f نسبت به y :

$Dt[f, y]$

$2y + 2xDt[x, y]$

مشتق ضمنی معادله $x^2 + y^2 = \cdot$ نسبت به x

$Dt[f, x] == \cdot$

$$x^2 + 2y \, Dt[y, x] == 0$$

دیفرانسیل کل عبارت $f = x^2 + y^2$

$$Dt[f]$$

$$x \, Dt[x] + 2y \, Dt[y]$$

$$Dt[x^2 + 2y[x]^2 - x y[x] - 2y[x]x^2] == 0, x]$$

$$x^2 - y[x] - 2x y[x] - x y[x]^2 - 2x^2 y'[x] + 4y[x] y[x]^2 = 0$$

انتگرال نامعین و انتگرال معین :

دستور العمل های کلی به صورت زیر است :

	$\int f dx$ انتگرال نامعین $\int_a^b f(x) dx$: انتگرال معین f در $[a, b]$ $\int_a^b f(x) dx$ تقریب عددی
--	--

توجه: a و b می توانند عدد ، حرف و حتی بینهایت نیز باشند.

مثال ۶۹-۱. محاسبه $\int \frac{x dx}{x^2 + 1}$

$$\text{Integrate}[x/(x^2 + 1), x]$$

$$\frac{\log(1+x^2)}{2}$$

محاسبه $\int t x^2 dx$

$$\text{Integrate}[x^2 + 1, x]$$

$$\frac{x^3}{3} + x$$

$$\text{Integrate}[x^2 * t, t]$$

محاسبه

$$\int t x^2 dt$$

$$\frac{t^r x^r}{r}$$

$$\int_a^b x^r dx \quad \text{محاسبه}$$

$$\text{Integrate}[x^r, \{x, a, b\}]$$

$$-\frac{a^r}{r} + \frac{b^r}{r}$$

$$\text{Integrate}[E^{(-X)}, \{X, \cdot, \text{Infinity}\}]$$

$$\int_{\cdot}^{+\infty} e^{-x} dx \quad \text{محاسبه}$$

$$1$$

:

$$\int \frac{x e^x}{(x+1)^2} \quad \text{محاسبه}$$

Integrate

$$\frac{E^x}{1+x}$$

دستور `Integrate` در مواقعی که تابع اولیه شکل صریحی بر حسب توابع مقدماتی ریاضی ندارد، قابل اجرا نیست. در این موارد از دستور `NIntegrate` سودمی جوییم. این دستور تابع را با روشهای عددی در فاصله مورد نظر تقریب می زند.

مثال ۱-۷. محاسبه $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}$ `Integrate[Sin[x]/x, {x, 0, 1}]` جواب نمی دهد لذا به صورت زیر عمل می کنیم.

$$\text{Integrate}[\text{Sin}[x]/x, \{x, 0, 1\}]$$

$$\text{SinIntegral}[1]$$

$$\text{NIntegrate}[\text{Sin}[x]/x, \{x, 0, 1\}]$$

$$0.946083$$

محاسبه انتگرال معین به کمک مجموع ریمان :

می دانیم اگر f بر $[a, b]$ انتگرال پذیر باشد آنگاه :

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f\left(a + \frac{b-a}{n} i\right) \frac{b-a}{n}$$

مثال ۱-۷۱. $\int_1^n (x^2 + 1) dx$ به را مستقیماً دست آورید.

ابتدا بسته Symbolic Sum را در فلدر Algebra بار (load) می کنیم یعنی قرار می دهیم :

<< Algebra 'Symbolic Sum'

در اینجا $a = 1$ و $b = n$ پس به صورت زیر عمل می کنیم :

Clear[f]

محاسبه مجموع ریمان

$$f[x_] = x^2 + 1;$$

$$r = 2/n * \text{Sum}[f[1 + 3 * i/n], \{i, 1, n\}]$$

$$\frac{3+15n+16n^2}{n^2}$$

محاسبه حد مجموع ریمان

Limit[r, n → Infinity]

به طریق مشابه می توانیم انتگرال را با استفاده از مجموعه های بالایی و پایینی یافت.

کاربردهای انتگرال معین :

الف-محاسبه سطح بین دو منحنی :

هر گاه f و g دو منحنی باشد آنگاه مساحت ناحیه محصور بین f و g و خطوط $x=a$ و $x=b$ عبارت است از:

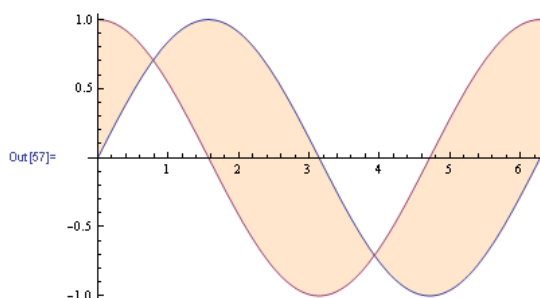
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

توجه : برای رنگی نمودن فواصل بین دو تابع در محدوده تعریف شده میتوان از دستور Filling در داخل دستور اصلی مطابق مثال زیر استفاده نمود.

مثال ۱-۷۲. سطح محصور بین دو منحنی $\sin x$ و $\cos x$ و خطوط $x = 0$ و $x = 2\pi$

ابتدا نمودار دو تابع را در فاصله ی فوق می بینیم:

`Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2 Pi}, Filling -> {1 -> {2}}, FillingStyle -> Lightorange]`



NIntegrate برای محاسبه ی انتگرال $\int_0^{2\pi} |\sin x - \cos x| dx$ باید از دستور استفاده کنیم.

`NIntegrate[Abs[Sin[x] - Cos[x]], {x, 0, 2 Pi}]`
۵.۶۵۶۸۵

ب - حجم اجسام دوار:

فرمول های محاسبه ی حجم اجسام دوار عبارتند از : $\pi \int_a^b f(x)^2 dx$, $2\pi \int_a^b x f(x) dx$

مثال ۱-۷۳. حجم حاصل از دوران ناحیه ی محصور به منحنی $y = \sin x$, $x = 0$ و $x = \pi$ (حول محور x ها)

`Clear[f];`

`f[x_] = Sin[x];`

`Integrate[Pi * f[x]^۲, {x, ۰, Pi}]`

$$\frac{\pi^۲}{۲}$$

`Integrate[۲ Pi * x * f[x], {x, ۰, Pi}]`

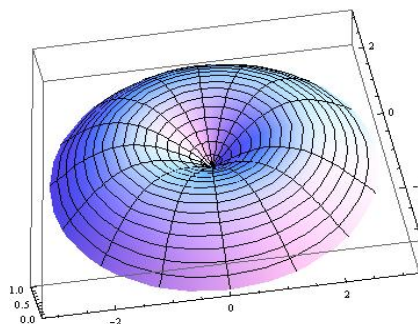
$$۲\pi^۲$$

برای رسم هر یک از ناحیه های فوق از ParametricPlot3D استفاده میکنیم.

مثال ۱-۷۴.

`ParametricPlot3D[{r Cos[t], r Sin[t], f[r]},`

`{r, ۰, Pi}, {t, ۰, ۲ Pi}]`



پ - طول منحنی :

عبارت است از: $(b, f(b))$ تا نقطه $(a, f(a))$ از نقطه $y = f(x)$ طول منحنی همواره

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^۲} dx$$

مثال ۱-۷۵. طول منحنی $y = \sin x$ را از نقطه $x = ۰$ تا نقطه $x = \pi$

`Clear[f]f[x_] = Sin[x]; NIntegrate[Sqrt[۱ + f'[x]^۲], {x, ۰, Pi}]`

۳.۸۲۰۲

انتگرالهای نامتناهی :

فرم کلی دستورات این نوع انتگرالها شبیه فرم محاسبه انتگرال معین است منتها با کرانه‌های بینهایت است .

<code>Integrate[f[x], {x, a, Infinity}]</code>	$\int_a^{\infty} f(x) dx$
<code>Integrate[f[x], {x, -Infinity, b}]</code>	$\int_{-\infty}^b f(x) dx$
<code>Integrate[f[x], {x, -Infinity, Infinity}]</code>	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$

در صورتی که نیاز به محاسبه مقدار تقریبی انتگرال باشد باید از دستورالعمل `NIntegrate` بجای `Integrate` سود جست.

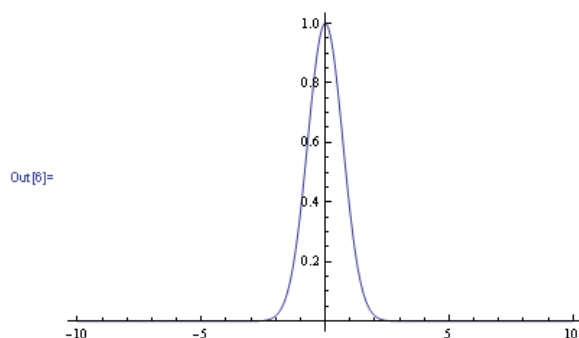
مثال ۱-۷۶. محاسبه کنید

```
f[x_] = 1/(x^2 + 1)
1/(1 + x^2)
Integrate[f[x], {x, 0, Infinity}]
π/2
Integrate[f[x], {x, -Infinity, Infinity}]
π
NIntegrate[1/(Exp[x^2] + 5), {x, 1, Infinity}]
0.0744142
```

```
NIntegrate[1/(x + 1)^(1/3), {x, -1, 2}]
```

```
3.12013
```

```
Plot[Exp[-x^2], {x, -10, 10}, {PlotRange -> All}
```



۱-۴-۱۶ دنباله وسری

یک دنباله مانند $\{a_n\}$ تابعی از اعداد طبیعی در R است در واقع : $a_n = a[n]$
 $a_n: N \rightarrow R$

N	<p>محا سبه حد دنباله $\{a_n\}$</p> <p>محا سبه عددی حد دنباله $\{a_n\}$</p> <p>تعیین مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ (در صورت همگرایی)</p> <p>تقریب عددی $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$</p>
-----	---

مثال ۱-۷۷. برای تعیین همگرایی دنباله به صورت زیر عمل می کنیم :

$$\text{Limit} \left[\frac{2 * n + 12}{* n + 1}, n \rightarrow \text{Infinity} \right]$$

دنباله همگرا به $\frac{2}{1}$ است

مثال ۱-۷۸. برای تعیین همگرایی دنباله $\left\{ \frac{(-1)^n 2^n}{e^n} \right\}$ ابتدا از دستور Limit استفاده می کنیم:

$$\text{Limit}[(-1)^n * 2^n / E^n, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

جوابی که دریافت می کنیم در حقیقت تکرار خود سوال است در این حالت باید از دستور NLimit استفاده کنیم این دستور در folder (فولدر) (Numerica) قرار دارد و بنا به آنچه قبلا توضیح دادیم ابتدا دستور زیر را اجرا کرده سپس از دستور NLimit برای اجرای مجدد دنباله استفاده می کنیم.

Needs["Numericalcalculus`"]

$$\text{NLimit}[(-1)^n * 2^n / E^n, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

که همگرا به صفر است.

$$\text{مثال ۱-۷۹. تعیین حاصل سری } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 2k + 2}$$

$$\text{Sum}[1/(k^2 + 3 * k + 2), \{k, 1, \text{Infinity}\}]$$

۱۲

مثال ۴-۵: برای هر $|x| < 1$ میدانید $\sum_{i=1}^{\infty} x^i$ همگرا به $\frac{1}{1-x}$ است. فرض کنید $|x| < 1$ برای محاسبه

$$\sum_{i=1}^{\infty} x^{3i}$$
 داریم:

$$\text{Sum}[x^{3i}, \{i, 1, \text{Infinity}\}]$$

همچنین سری در همگراست لذا قرار می دهیم

$$\frac{x^3}{1-x^3}$$

آزمونهای همگرایی :

برای تعیین همگرایی یا واگرایی سریها از آزمونهای مختلفی میتوان استفاده کرد که چند مورد را در قالب مثالها بررسی میکنیم .

مثال ۱-۸. با استفاده از آزمون انتگرال در همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n}$ بحث مینماییم .

$$f[x_] = x/3^x; \text{Integrate}[x/3^x, \{x, 1, \text{Infinity}\}]$$

$$\frac{1+\text{Log}[3]}{3\text{Log}[3]}$$

هرگاه تعریف کنیم $f(x) = \frac{x}{3^x}$ آنگاه تابع f نزولی مثبت و پیوسته است (در فاصله $[1, +\infty)$

(بنا بر این آزمون انتگرال در مورد $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ بحث می کنیم : و چون

انتگرال $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ همگرا است لذا سری فوق نیز همگراست.

سری های توانی :

$$\text{Series}[\text{expr}, \{x, x_0, n\}]$$

بسط سری expr در نقطه $x = x_0$ تا جمله $(x - x_0)^n$ با قطع جمله خطای Series یک عبارت معمولی می دهد

مثال ۱-۸۱. بسط سری تابع e^x در $x = 0$ را تا جمله چهارم (چند جمله‌ای مکلورن درجه ۴)

`Series[E^x, {x, 0, 4}]`

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + o[x]^5$$

مثال ۱-۸۲. چند جمله‌ای تیلر درجه ۴ تابع e^x حول $x = 1$

`Series[E^x, {x, 1, 4}]`

$$e + e(x-1) + \frac{1}{2}e(x-1)^2 + \frac{1}{6}e(x-1)^3 + \frac{1}{24}e(x-1)^4 + o[(x-1)^5]$$

`Normal[%]`

$$e + e(x-1) + \frac{1}{2}e(x-1)^2 + \frac{1}{6}e(x-1)^3 + \frac{1}{24}e(x-1)^4$$

مثال ۱-۸۳. چند جمله‌ای‌های مکلورن درجه ۳ و ۵ تابع $\sin x$ را بدست آورده با $\sin x$

رسم میکنیم `Plot[{e3, e5, e9, Sin[x]}, {x, -4, 4}]`

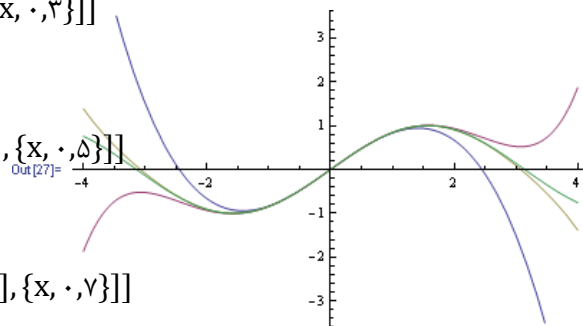
`e3 = Normal[Series[Sin[x], {x, 0, 3}]]`

$$x - \frac{x^3}{6}$$

`e5 = Normal[Series[Sin[x], {x, 0, 5}]]`

$$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$$

`e7 = Normal[Series[Sin[x], {x, 0, 7}]]`



۱-۴-۱۷ مختصات قطبی

در مختصات قطبی هر نقطه با (r, t) نمایش داده می شود و داریم: $x = r \cos t$ $y = r \sin t$

حال اگر $r = r(\theta)$ معادله یک منحنی در مختصات قطبی باشد آنگاه فرم پارامتری آن

به صورت: $x = r(\theta) \cos \theta$, $y = r(\theta) \sin \theta$ است.

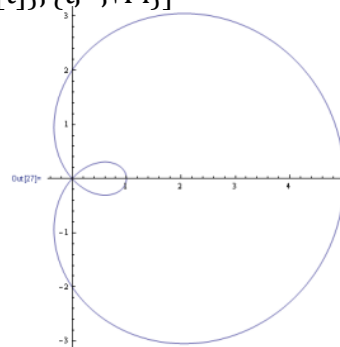
	$r = r(t)$ $a \leq t \leq b$ رسم منحنی قطبی در
	$r(t)$ $a \leq t \leq b$ رسم منحنی قطبی در

مثال ۱-۸۴. لیماسون دارای معادله ای به فرم است که در سه حالت و و دارای شکل مربوط به خود است به عنوان مثال برای رسم که به هر دوروش میتوان عمل کرد .

$$R[t_] = 2 + 3\cos[t];$$

۱) ParametricPlot[{r[t] Cos[t], r[t] Sin[t]}, {t, 0, 2Pi}]

۲) PolarPlot[2 + 3Cos[3t], {t, 0, 2Pi}]



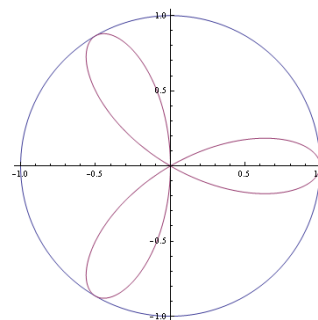
می بینیم که در هر دو روش ۱ و ۲ جواب یکی است.

توجه : در استفاده از دستور PolarPlot ابتدا با کمک منوی Help باید این دستور را در Help که پس از انتخاب اولین برگ ایجاد میشود در قسمت بالای Help دستور مذکور را نوشته و دکمه اینتر رازده بعد از اجرای اولین دستور آماده برای اجرای دستورات بعدی می شود .

مثال ۱-۸۵. رسم دو منحنی $r = \cos 3\theta$, $r = 1$

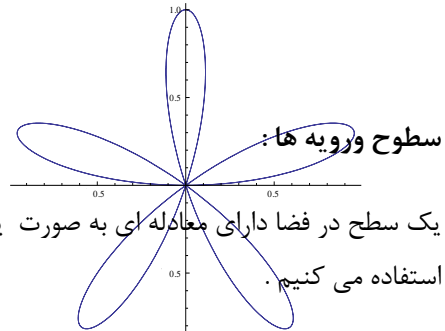
$$r[t_] = \cos[3t];$$

PolarPlot[{1, r[t]}, {t, 0, 2Pi}]



مثال ۱-۸۶. رسم منحنی $\text{Sin}(\Delta t)$ که به صورت ستاره پنج پر می باشد.

`PolarPlot[{Sin[Δt]}, {t, ۰, ۲Pi}]`



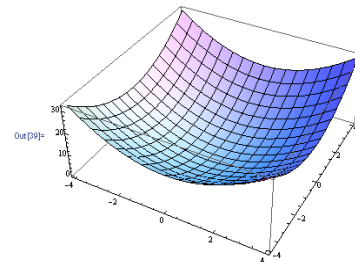
یک سطح در فضا دارای معادله ای به صورت یا است در رسم سطوح از دستورهایی گرافیکی استفاده می کنیم.

`Plot3D[f[, {x, a, b}, {y, c, d}]`
`ParametricPlot3D[{x[t, s], y[t, s], z[t, s]}`
`s, s۱ s۲}, {t, t۱ t۲}]`

رسم سه بعدی معادلات
 رسم سه بعدی معادلات پارامتری

مثال ۱-۸۷. رسم سهمگون $x^2 + y^2 = z$ در فاصله $-4 \leq x \leq 4$ و $-4 \leq y \leq 4$

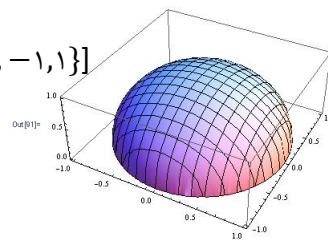
`Plot3D[x^۲ + y^۲, {x, -۴, ۴}, {y, -۴, ۴}]`



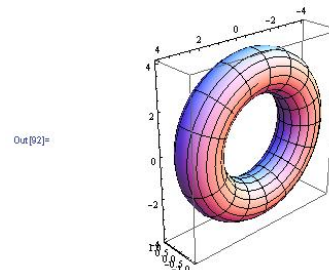
مثال ۱-۸۸. معادله یک کره واحد در مختصات دکارتی به صورت $x^2 + y^2 + z^2 = ۱$

باشد.

`Plot3D[Sqrt[۱ - x^۲ - y^۲], {x, -۱, ۱}, {y, -۱, ۱}]`



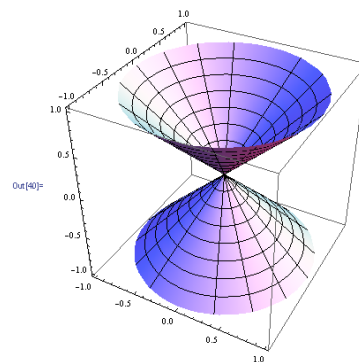
مثال ۱-۸۹. رسم کنید معادله پارامتری



```
ParametricPlot3D[{Cos[t](۳ + Cos[u]),
Sin[t](۳ + Cos[u]), Sin[u]}, {t, ۰, ۲Pi}, {u, ۰, ۲Pi}]
```

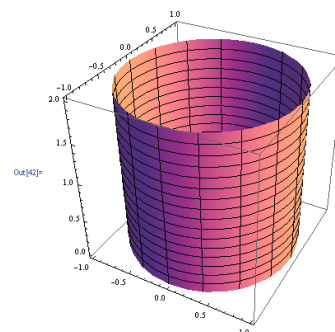
مثال ۹۰-۱. رسم کنید معادله پارامتری:

```
ParametricPlot3D[{u Sin[t],
u Cos[t], u}, {t, ۰, ۲Pi}, {u, -۱, ۱}]
```



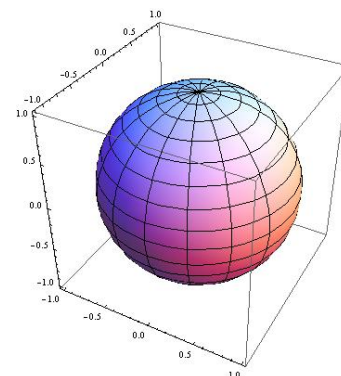
مثال ۹۱-۱. می خواهیم استوانه $x^2 + y^2 = ۱$ را رسم کنیم.

```
ParametricPlot3D[{Sin[t], Cos[t], u},
{t, ۰, ۲Pi}, {u, ۰, ۲}]
```



مثال ۹۲-۱. می خواهیم کره ای با مختصات قطبی رسم کنیم.

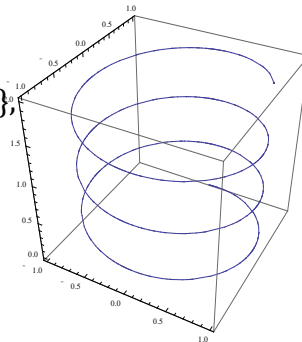
```
ParametricPlot3D[{Cos[t]Cos[u]
```



, Sin[t]Cos[u], Sin[u]], {t, ۰, ۲Pi}, {u, -Pi/۲, Pi/۲}]

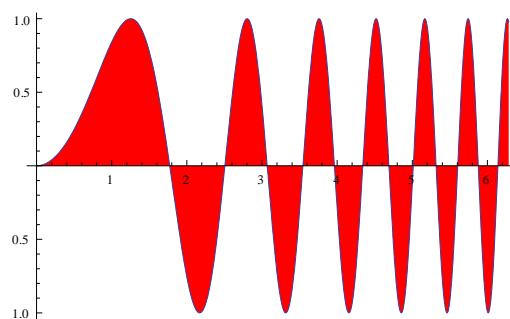
مثال ۱-۹۳. رسم منحنی helix یعنی مارپیچ یا منحنی هزلولی .

ParametricPlot3D[{Sin[u], Cos[u], u/۱۰},
{u, ۰, ۲۰}]



مثال ۱-۹۴. رسم تابع $\sin[x^2]$ در فاصله $0 \leq x \leq 2\pi$ و رنگی نمودن سطح محدود با محور x

Plot[Sin[x^۲], {x, ۰, ۲Pi}, Filling Axis, Filling Style Red]



فصل دوم: MAPLE

مقدمه

یکی از دستاوردهای مهم علوم رایانه در سالهای اخیر ارائه نرم افزارهای هوشمند و قدرتمند در محاسبات و حل مسائل پیچیده است به گونه ایی که کمتر مساله ایی را می توان یافت که رایانه ها قدرت پردازش و تحلیل آن را نداشته باشند.

اصولاً نرم افزارها برخی کاملاً تخصصی و فقط در زمینه های خاصی مورد استفاده قرار می گیرند. مانند نرم افزارهای آماری، مهندسی، پزشکی، علوم اقتصادی، بهینه سازی و غیره. برخی دیگر از نرم افزارها به صورت عام تر بوده و موضوعات بیشتری را در بر می گیرند. یکی از این نرم افزارها در زمینه عمومی ریاضیات، نرم افزار Maple می باشد.

نسخه جاری Maple نسخه ۹ است. نسخه قبلی ۸ Maple بود و قبل از آن نسخه های ۷، ۶، ۵، طراحی شده اند و در سال ۱۹۹۴ نسخه ۴ این برنامه طراحی شده است.

با توجه به اینکه تغییرات بین نسخه های ۸،۷ و ۹ زیاد نیست اکثر قسمتهای این پروژه را می توان برای این نسخه ها نیز به کار برد.

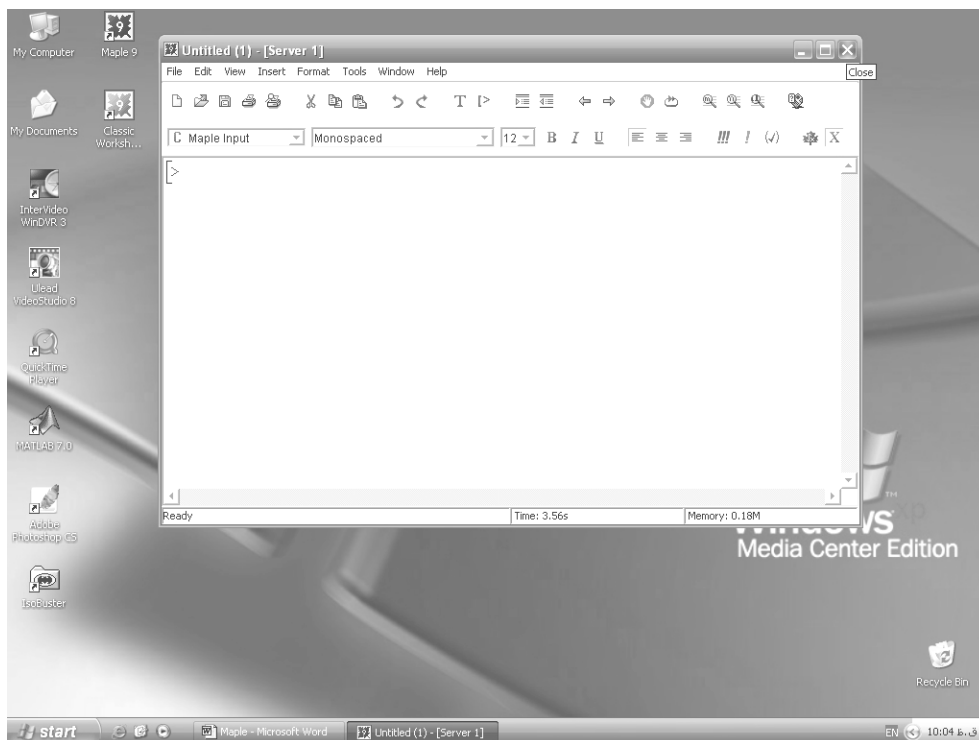
آخرین ویرایش این نرم افزار ۹ Maple می باشد که این نسخه با ویرایش های ۷ و ۸ حدود ۲۰٪ الی ۳۰٪ تفاوت دارد. بطور مثال برنامه نویسی در نسخه جدید خیلی ساده تر و راحت تر صورت می گیرد و یا در قسمت کاربردهای آماری دستورات جدیدتر با قابلیت های

از نصب با انتخاب فایل اجرایی Maple ۹ و ثبت Enter یا با انتخاب نشان Maple ۹ همراه با دو بار کلیک کردن ماوس وارد محیط می شویم.



برای خروج از این برنامه با انتخاب Exit در منوی File یا کلیک ☒ یا Alt + F۶ بعد از پاسخ دادن به سوالی مبنی بر ذخیره برنامه می توان از محیط Maple ۹ خارج شد.

۲-۲ Maple تحت Windows



شکل فوق نسخه ۹ Maple تحت Windows را نشان می دهد. این شکل دارای تمام بخشهای یک پنجره کاربردی استاندارد است. روی لبه بیرونی شکل مرزی وجود دارد که با ماوس می توان آن را کشید و اندازه صفحه را تغییر داد. در سمت راست ردیف بالا، کلیدهای حداقل کردن اندازه صفحه و حداکثر کردن آن قرار دارند، با فشردن این کلید ها به ترتیب پنجره به یک تصویر تبدیل شده و یا کل صفحه مانیتور را می پوشاند.

زیر "ردیف عنوان"، "ردیف منو" قرار دارد. با فشردن هر یک از موارد، یک منو به سمت پایین باز می گردد.

پایین "ردیف منو"، "ردیف ابزار" وجود دارد که شامل تعدادی کلید است. اگر هر یک از این کلیدها را با ماوس فشار دهید، پنجره ای دیگر رو به پایین باز می شود که در آن ردیف هایی برای انجام عملیات مختلف وجود دارد. تمام این پنجره ها به تنهایی نیز دارای یک مرز،

ردیف های عنوان،منوهای کنترلی وکلید های حداقل و حداکثر کردن می باشد. ما معمولاً با یک صفحه کار سر و کار داریم ولذا می توانیم اندازه آن را حداکثر کنیم،ولی در صورت نیاز می توان چندین صفحه کار مثل صفحات کمکی،صفحه ترسیم وغیره را بطور همزمان مشاهده کرد. بدلیل اینکه صفحات کار ممکن است تا ماورای مرزها نیز کشیده شود،کلیدی نیز در لبه راست وجود دارد که به کمک آن می توان صفحه کار را در موقعیت دلخواه قرار داد.

صفحه کار به گروههایی تقسیم بندی شده است.محدوده هریک ازاین گروهها بایک گروه "[]" در لبه سمت چپ تعیین می گردد.هریک از گروهها دارای یک prompt با ورودی ریاضی(یک ناحیه ورودی)و یک خروجی برای نتایج آن ورودی(یک ناحیه خروجی) هستند.

۲-۳ بارسازی کتابخانه ها

وقتی Maple بار می شود فقط هسته را که پایه و اساس سیستم Maple است و شامل دستورات بنیادی و اولیه می باشد به حافظه منتقل می کند. هسته از کدهایی تشکیل شده که تقریباً ۱۰٪ از کل سیستم Maple می باشد. طراحان Maple به منظور سرعت و کارایی آن به طور استاندارد ای هسته را کوچک نگه داشته اند ۹۰٪ بقیه به زبان Maple نوشته شده است که در کتابخانه Maple قرار دارد.

کتابخانه به سه دسته تقسیم می شود:

۱. کتابخانه اصلی، شامل دستوراتی می باشد که در صورت فراخوانی خیلی سریع به حافظه منتقل شده و اجرا می شود
۲. کتابخانه متفرقه، شامل بسیاری از دستوراتی است که کمتر به کار می رود و آنها را باید قبل از استفاده با دستور readlib فراخواند
۳. بسته و زیر بسته ها، گروهی دستور خاص که به منظور خاص به هم مربوط می شوند را شامل می شود برای استفاده از دستورات این قسمت ابتدا باید بسته یا زیر بسته حاوی این دستورات را با یکی از دو روش زیر بار کنیم تا بتوانیم از آنها استفاده نماییم.

بارسازی بسته pack همراه با نمایش دستورات	>with(pack);
--	--------------

آن	
بارسازی f ها در بسته pack حاوی آنها	<code>>with(pack,f1,f2, ...);</code>

نکته: محتویات بسته فقط کافی است که یک بار در طول کار باز شود و بعد از آن می

توانیداز تمامی فرمان ها و توابع بسته برای ادامه کار استفاده کنید.

اگر از (:) بجای (:), بعد از فرمان with استفاده کنید Maple لیست تمام فرمان های موجود در بسته را بر روی صفحه نمایش چاپ می کند. هنگامی که فقط یک فرمان را از بسته نیاز دارید، نیازی نیست که با استفاده از with تمام فرمانهای بسته را فراخوانید بلکه می توانید ابتدا نام بسته و سپس در داخل کروشه نام فرمان مورد نیاز را بیاورید. به عنوان مثال:

`>plots[implicitplot];`

۲-۴ استفاده از Help

Maple دارای هزاران تابع و فرمان است. خوشبختانه، بسیار بعید است که به همه آنها نیاز پیدا کنید. اگر به فرمانی نیاز دارید و با آن ناآشنا هستید، می توانید از امکانات Help به سهولت استفاده کنید. به عنوان مثال، برای کمک گیری در مورد فرمان expand می توانید به صورت زیر عمل کنید

`>?expand;`

گاهی اوقات نوشتار صفحه کمک تخصصی است و ممکن است کاملاً برای شما قابل فهم نباشد در عین حال، صفحات کمک همیشه به تعدادی مثال ختم می شوند که می توانید برای تفهیم فرمان از آنها کمک بگیرید.

اگر نام آنچه را نیاز دارید نمی دانید، می توانید آن را در فهرست جستجو کنید. برای دستیابی به لیستی از مقوله های فهرست از `index?` استفاده کنید. به ویژه لیستی از فرمانها و

توابع را در کتابخانه استاندارد در اختیار شما قرار می دهد (یعنی، آنهایی را که همیشه می توان استفاده کرد، بدون آنکه مجبور باشیم از Maple فراخوانی کنیم) اغلب نامها، نزدیکی بسیار زیادی به همان لغت انگلیسی دارند که شما قادر هستید حدس بزنید که بدان نیاز دارید.

۲-۵ مروری بر قسمتی از امکانات

Maple برای prompt از نماد $<$ استفاده می کند و دستورات در سمت راست prompt واقع می شوند. هر دستور را با نماد $;$ یا $:$ به پایان می رسانیم اگر از $:$ استفاده کنیم دستور اجرا می شود ولی خروجی چاپ نمی شود ولی هنگام استفاده از $;$ خروجی چاپ می شود. توجه شود که Maple از قواعد تقدم جبری استفاده می کند.

نماد $\%$ به معنی نتیجه قبل است و نماد $\%:$ به معنی نتیجه قبل از قبل است ولی برای نتایج قبل تر نمادی نداریم. نماد $\%$ را عملگر ditto می نامیم.

۲-۵-۱ حساب دیفرانسیل و انتگرال

حد

مقدار تابع f در همسایگی نقطه x (احتمالاً بجز نقطه x) در صورت وجود حد تابع $f(x)$ می باشد در Maple دو روش برای تعریف حد تابع موجود است: Limit و limit که تفاوت آنها در این است که limit حد را محاسبه می کند در حالی که Limit این کار را انجام نمی دهد و فرم تابع را نشان می دهد.

<code>> Limit(f(x),x=a;value(%);</code>	حد عبارت $f(x)$ هنگامی که $x \rightarrow a$ همراه با نمایش Limit
<code>> limit(f(x),x=a);</code>	حد عبارت $f(x)$ هنگامی که $x \rightarrow a$
<code>> Limit(f(x),x=a,left);value(%);</code>	حد چپ تابع $f(x)$ در نقطه دلخواه $x=a$ همراه با نمایش فرم حدی

> limit(f(x),x=a,left);	حد چپ تابع $f(x)$ در نقطه دلخواه $x=a$
> Limit(f(x),x=a,right);value(%);	حد راست تابع $f(x)$ در نقطه دلخواه $x=a$ همراه با نمایش فرم حدی
> limit(f(x),x=a,right);	حد راست تابع $f(x)$ در نقطه دلخواه $x=a$
>Limit(f(x),x=-infinity);value(%);	حد منفی بینهایت تابع $f(x)$ همراه با نمایش فرم حدی
> limit(f(x),x=-infinity);	حد منفی بینهایت تابع $f(x)$
> Limit(f(x),x=infinity);value(%);	حد مثبت بینهایت تابع $f(x)$ همراه با نمایش فرم حدی
> limit(f(x),x=infinity);	حد مثبت بینهایت تابع $f(x)$

مثال ۲-۱. مطلوب است برای تابع زیر حد، حدود چپ و راست و حد در بی نهایت محاسبه گردد.

$$f(x)=2^{1/x}$$

> Limit($2^{(1/x)}$,x=0);value(%);

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)}$$

undefined

> Limit($2^{1/x}$, $x=0$, left); value(%);

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)} = 0$$

> Limit($2^{1/x}$, $x=0$, right); value(%);

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)} = \infty$$

> Limit($2^{1/x}$, $x=-\infty$); value(%);

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)} = 1$$

پیوستگی

تابع $f(x)$ در نقطه x پیوسته می باشد اگر حد تابع و مقدار تابع در آن نقطه موجود و با هم برابر باشند. در سیستم Maple در مورد پیوستگی چندین دستور موجود است برای

تعیین نقاط ناپیوستگی ابتدا بایستی تابع کتابخانه ای `discont` توسط دستور `readlib(discont)` خوانده شود.

<code>>discont(f(x),x);</code>	نقاط ناپیوستگی تابع $f(x)$ را تعیین می کند
-----------------------------------	--

مثال ۲-۲. مطلوب است محاسبه نقاط ناپیوستگی تابع زیر

$$\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$$

`> discont((sqrt(x)-۲)/(x-۴),x);`

$\{0, 4\}$

مشتق

آهنگ تغییرات تابع $f(x)$ در نقطه x در صورت وجود مشتق تابع در x نامیده می شود. در Maple این عمل با D یا diff بررسی می شود و برای محاسبه مشتق مراتب بالاتر می توان از تکرار $@@$ یا علامت تکرار $\$$ استفاده کرد.

<code>>D(expr)(x);</code>	عملگر دیفرانسیل برای توابع
<p>مثال ۲-۳. مطلوب است مشتق تابع $Y=\exp(x)+\cos(x)^2+\pi+\tan(x)$</p> <p><code>> D(exp+cos^۲+Pi+tan)(x);</code></p> $e^x - 2 \sin(x) \cos(x) + 1 + \tan(x)^2$	
<code>>diff(f,x);</code>	مشتق عبارت f نسبت به متغیر x
<p>مثال ۲-۴. مطلوب است مشتق تابع $Y=x^2 \sin(e^x)$</p>	

<p>> diff(x^۲*sin(exp(x)),x);</p> $2x \sin(e^x) + x^2 \cos(e^x) e^x$	
<p>>(D@@ n)(f)(x);</p>	<p>مشتق مرتبه n ام تابع f(x) به صورت نمادی</p>
<p>مثال ۲-۵. مطلوب است مشتق دوم تابع $y=(1+x^2)^3$</p> <p>> (D@@۲)((۱+x^۲)^۳);</p> $6D^{(2)}(x)x(1+x^2)^2 + 6D(x)^2(1+x^2)^2 + 24D(x)^2x^2(1+x^2)$	
<p>>diff(f(x), x \$ n);</p>	<p>مشتق مرتبه n ام تابع f(x)</p>
<p>مثال ۲-۶. مطلوب است مشتق دوم تابع $y=$</p> <p>> diff(۵*x^۱۰+۱۰*x^۵+۴,x\$ ۲);</p> $450x^8 + 200x^3$	
<p>>eq\:=equ=a:</p> <p>>implicitdiff(eq\,y,x);</p>	<p>مشتق تابع ضمنی equ=a با این فرض که x متغیر مستقل باشد، از دو دستور استفاده می شود</p>
<p>مثال ۲-۷. مطلوب است مشتق تابع ضمنی</p> <p>> eq\:=۲*x^۲*y+x*y^۳=۰:</p> <p>> implicitdiff(eq\,y,x);</p>	

$$-\frac{y(4x+y^2)}{x(2x+3y^2)}$$

انتگرال

اگر f یک تابع بر حسب x باشد در آن صورت تعریف $\int_a^b f(x)dx$ به صورت $\text{int}(f,x=a..b)$ است. برای انتگرال نامعین از $\text{int}(f,x)$ استفاده می کنیم. فرمهای $\text{Int}(f,x)$ و $\text{Int}(f,x=a..b)$ نیز هستند که انتگرال را نمایش می دهند ولی آن را محاسبه نمی کنند.

<code>> Int(f(x),x=a..b);value(%)</code> <code>> Int(f(x),x=a..b)=int(f,x=a..b);</code>	انتگرال معین تابع $f(x)$ در $a \leq x \leq b$ به همراه فرم انتگرال
<code>> Int(f(x),x);value(%)</code> <code>> Int(f(x),x)= int(f(x),x);</code>	انتگرال نامعین تابع $f(x)$ همراه با فرم انتگرال
<code>> Int(f(x),x=0..infinity);value(%)</code>	انتگرال ناسره تابع $f(x)$ در فاصله $x \geq 0$
<code>> Int(f(x),x=-infinity..infinity);value(%)</code>	انتگرال ناسره تابع $f(x)$ در فاصله $-\infty < x < \infty$

مثال ۲-۸. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)} dx$$

> Int(sin(x)/(cos(x)+sin(x)),x=0..Pi/2)=int(sin(x)/(cos(x)+sin(x)),x=0..Pi/2);

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)} dx = \frac{1}{4} \pi$$

مثال ۲-۹. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int \frac{1 + e^{(2x)}}{e^x} dx$$

> Int((1+e^(۲*x))/e^x,x)=int((1+e^(۲*x))/e^x,x);

$$\int \frac{1 + e^{(2x)}}{e^x} dx = \frac{\left(e^{(x \ln(e))} \right)^2}{\ln(e)} - \frac{1}{\ln(e)}$$

مثال ۲-۱۰. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \ln(x) dx$$

> Int(exp(-x^2)*ln(x),x=0..infinity)=int(exp(-x^2)*ln(x) , x=0..infinity);

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \ln(x) dx = -\frac{1}{4} \sqrt{\pi} \gamma - \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \ln(2)$$

مثال ۲-۱۱. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

> Int(1/(1+x^2),x=-infinity..infinity)=int(1/(1+x^2),x=-infinity..infinity);

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \pi$$

تکنیک های انتگرال گیری

انتگرال بعضی از توابع با دستورات Maple به طور صریح قابل محاسبه نیست در این حالت می توان با تکنیک های انتگرال گیری به محاسبه انتگرال مورد نظر پرداخت. بعضی از این تکنیک ها به صورت دستور در Maple موجود هستند.

– تغییر متغیر (جایگزینی)

اولین تکنیک جایگزینی است که می توان آن را به کمک فرمان `changevar` انجام داد که این فرمان در بسته `student` قرار دارد فرض کنید که عبارتی به صورت زیر دارید:

$$\text{expr} = \int f(x) dx$$

برای تغییر متغیر انتگرالی از x به u که ارتباط آنها به صورت توابع $g(x)=h(u)$ است می توان به صورت زیر عمل کرد.

<code>> changevar(g(x)=h(u),expr,u);</code>	تغییر متغیر انتگرال
--	---------------------

مثال ۲-۱۲. مطلوب است محاسبه انتگرال $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ با تغییر متغیر $x=\sin(u)$

`> changevar(x=sin(u),int(sqrt(1-x^2),x=a..b),u);`

$$-\frac{1}{2}a\sqrt{1-a^2} - \frac{1}{2}\arcsin(a) + \frac{1}{2}b\sqrt{1-b^2} + \frac{1}{2}\arcsin(b)$$

- انتگرال گیری جزء به جزء

برای انتگرال گیری جزء به جزء از تابع `intparts` در بسته `student` استفاده می-شود. فرض کنید عبارتی شامل یک `int` باشد که بتوان آن را به صورت $\int u dv$ نوشت آنگاه به منظور ایجاد $uv - \int v du$ می توان به صورت زیر عمل کرد.

<code>> intparts(expr,u);</code>	انتگرال گیری جزء به جزء
-------------------------------------	-------------------------

مثال ۲-۱۳. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_2^3 x^2 e^x dx$$

```
> intparts(int(x^۲*exp(x),x=۲..۳),x^۲);
```

$$-2e^2 + 5e^3$$

انتگرالهای چندگانه

برای محاسبه انتگرال چندگانه می توان از دستور `int` به صورت تو در تو استفاده کرد

- انتگرال دوگانه

برای محاسبه انتگرال دو گانه نامعین و معین تابع $f(x,y)$ دستور `Doubleint` در بسته `student` موجود می باشد.

<pre>> int(int(f(x,y),x=a..b),y=c..d);</pre>	<p>محاسبه انتگرال دوگانه زیر بر حسب دو انتگرال یگانه</p> $\int_c^d \int_a^b f(x,y) dx dy$
<pre>> Doubleint(f(x,y),x=a..b,y=c..d);value(%);</pre>	<p>محاسبه انتگرال دو گانه زیر بر حسب انتگرال دو گانه همراه فرم انتگرال دو گانه</p>

	$\int_c^d \int_a^b f(x,y) dx dy$
--	----------------------------------

مثال ۲-۱۴. مطلوب است محاسبه انتگرال

$$\int_0^1 \int_0^1 y e^{(x,y)} dx dy$$

```
> int(int(y*exp(x*y),x=۰..۱),y=۰..۱);
```

e - 2

```
> Doubleint(y*exp(x*y),x=۰..۱,y=۰..۱);value(%);
```

$$\int_0^1 \int_0^1 y e^{(x,y)} dx dy$$

e - 2

- انتگرال سه گانه

برای محاسبه انتگرال سه گانه نامعین و معین تابع $f(x,y,z)$ دستور Tripleint در بسته student موجود می باشد.

<pre>> int(int(int(f(x,y,z),x=a..b),y=c..d),z=e..f);</pre>	محاسبه سه گانه زیر بر حسب
---	---------------------------

	سه انتگرال یگانه $\int_e^f \int_c^d \int_a^b f(x, y, z) dx dy dz$
<code>>Tripleint(f(x,y,z),x=a..b,y=c..d,z=e..f);value(%)</code> ;	محاسبه سه گانه زیر بر حسب انتگرال سه گانه $\int_e^f \int_c^d \int_a^b f(x, y, z) dx dy dz$

مثال ۲-۱۵. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{x+y} 1 dz dy dx$$

`> int(int(int(1,z=0..x+y),y=0..1-x),x=0..1);`

$$\frac{1}{3}$$

`> Tripleint(1,z=0..x+y,y=0..1-x,x=0..1);value(%)`;

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{x+y} 1 dz dy dx$$

$$\frac{1}{3}$$

۲-۵-۲ دنباله ها

دنباله متناهی یا نامتناهی مرتب $\{a_n\}$ تابعی از زیر مجموعه اعداد طبیعی به اعداد حقیقی یا مختلط می باشد. در Maple تعریف دنباله با دستور seq معرفی می شود همچنین می توان با دستور pointplot دنباله را رسم نمود که در بسته plots قرار دارد.

<code>> seq(f(i), i=۱..n);</code>	نمایش دنباله تابع $f(i)$ تا جمله n ام
--------------------------------------	---

مثال ۲-۱۶. مطلوب است محاسبه ۵ جمله اول دنباله $\{(n+1)^2/(1-1)^{n+1}\}$

`> seq(((1-1)/(n+1))^2^(n+1), n=۱..۵);`

$$\frac{9}{16} \quad \frac{512}{729} \quad \frac{50625}{65536} \quad \frac{7962624}{9765625} \quad \frac{1838265625}{2176782336}$$

۲-۵-۳ سری ها

مجموعه جملات دنباله $\{a_n\}$ می باشد که اگر این مجموع به سمت عددی میل کند دنباله همگراست و در غیر این صورت واگرا می باشد.

<code>> sum('a(n)', n'=۱..a);</code>	محاسبه مجموع a جمله اول دنباله $\{a_n\}$
---	--

مثال ۲-۱۷. مطلوب است محاسبه عبارت $\sum_{n=1}^{\infty} e^n/n$

`> sum('e^n/n!', n'=۱..infinity);`

$$e - 1$$

- سری تیلور

اگر تابع $f(x)$ در اطراف نقطه x تحلیلی باشد آنگاه $f(x)$ را می توان با یک سری

توانی یکتا مانند

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (x - x_0)^n$$

ایش داد که $C_n = f^{(n)}(x_0)/n!$

<code>> taylor(f(x),x=a,n);</code>	بسط سری تیلور یک عبارت حول نقطه $x=a$ تا مرتبه $o(x^n)$
---------------------------------------	---

مثال ۲-۱۸. سری تیلور تابع $(1+x)^{1/5}$ در نقطه $x=0.1$ با خطای برشی حداقل ۴ محاسبه کنید

`> taylor((1+x)^(1/5),x=0.1,4);`

$$1.019244876 + 0.1853172502 (x - 0.1) - 0.06738809098 (x - 0.1)^2 + 0.03675714053 (x - 0.1)^3 + O((x - 0.1)^4)$$

- تبدیل سری تیلور به یک چند جمله ای

<code>> convert(%polynom);</code>	تبدیل سری تیلور بدست آمده به یک چند جمله ای
--------------------------------------	---

مثال ۲-۱۹. مطلوب است تبدیل نتیجه مثال قبل به صورت یک چند جمله ای

`> convert(%polynom);`

$$1.000713151 + 0.1853172502 x - 0.06738809098 (x - 0.1)^2 + 0.03675714053 (x - 0.1)^3$$

۲-۵-۴ جبر خطی

ماتریس

Linear Algebra Array و Matrix مهمترین نوع داده ای هستند که در بسته
استفاده می شود توجه کنید که M و A را با حروف بزرگ نوشته ایم. از موارد matrix و array
در بسته linalg استفاده می شود Matrix مثالی است که Maple آن را تحت عنوان rtable
می شناسد برای اطلاعات بیشتر دستور ?rtable را اجرا کنید

> Array(۱..۲,۱..۲,[[a,b],[c,d]]);	ایجاد ماتریس
> Matrix(۲,۳,[[a,b,c],[d,e,f]]);	

مثال ۲-۲۰.

> with(LinearAlgebra):

> Array(۱..۲,۱..۲,[[۱,۲],[۲,۴]]);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

> Matrix(۲,۳,[[۴,۳,۳],[۰,۱,۵]]);

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- ماتریس های خاص

> Matrix(n);	ماتریس n*n با اعضای صفر
> Matrix(n,m);	ماتریس n*m با اعضای صفر

<code>> IdentityMatrix(n);</code>	ماتریس همانی $n \times n$
<code>> RandomMatrix(n,m);</code>	ماتریس تصادفی $n \times m$

مثال ۲-۲۱.

`> Matrix(۲);`

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

`> Matrix(۲,۳);`

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

`> IdentityMatrix(۲);`

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

`> RandomMatrix(۳,۳);`

$$\begin{bmatrix} 28 & 87 & 89 \\ 84 & 90 & 40 \\ 91 & 0 & -56 \end{bmatrix}$$

- عملیات ماتریسی

Maple می تواند عملیات ماتریسی معمولی مانند جمع، ضرب، ضرب اسکالر،

معکوس، ترانپاده و تریس را انجام دهد

عمل ماتریسی	نماد ریاضی	علامت گذاری در linag	علامت گذاری در LinearAlgebra
جمع	$A+B$	$>A+B$	$>A+B$
تفریق	$A-B$	$>A-B$	$>A-B$
ضرب اسکالر	$c.A$	$>c*A$	$>c*A$
ضرب ماتریسی	AB	$>A*B$ یا $multiply(A,B)$	$>A.B$ یا $Multiply(A,B)$
توان ماتریسی	A^n	$>A^n$	$>A^n$
معکوس	A^{-1}	$>A^{-1}$ یا $inverse(A)$	$>A^{-1}$ یا $MatrixInverse(A)$
ترانپوذه	A^T	$>transpose(A)$	$>Transpose(A)$
تریس	trA	$>trace(A)$	$>Trace(A)$
دترمینان	$detA$	$>determinant(A)$	$>Determinant(A)$

مثال ۲-۲۲. مطلوب است محاسبه جمع، تفریق، ضرب ماتریسی، معکوس، ترانپوذه، تریس و دترمینان ماتریس های زیر

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$> A := \text{Matrix}(3,3,[[1,2,3],[4,5,6],[3,2,1]]):$

> B:=Matrix(۳,۳,[[۲,۴,۳],[۳,۶,۷],[۲,۷,۱]]):

> A+B;

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 6 \\ 7 & 11 & 13 \\ 5 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

> A-B;

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

> A.B;

$$\begin{bmatrix} 14 & 37 & 20 \\ 35 & 88 & 53 \\ 14 & 31 & 24 \end{bmatrix}$$

> Multiply(A,B);

$$\begin{bmatrix} 14 & 37 & 20 \\ 35 & 88 & 53 \\ 14 & 31 & 24 \end{bmatrix}$$

> A^۲;

$$\begin{bmatrix} 18 & 18 & 18 \\ 42 & 45 & 48 \\ 14 & 18 & 22 \end{bmatrix}$$

> Determinant(A);

0

> Determinant(B);

-15

> 1/B;

$$\begin{bmatrix} \frac{43}{15} & \frac{-17}{15} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-11}{15} & \frac{4}{15} & \frac{1}{3} \\ \frac{-3}{5} & \frac{2}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

> Transpose(A);

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

۲-۵-۵ معادلات دیفرانسیل

معادلات دیفرانسیل معمولی : معادله دیفرانسیلی که دارای یک متغیر باشد معادله

دیفرانسیل معمولی نامیده می شود.

در Maple دو روش برای کد گذاری مشتق ها وجود دارد:

۱. استفاده از diff یا Diff

۲. استفاده از عملگر دیفرانسیل D

diff(y(x),x)

D(y)(x)

$$\frac{d}{dx}y(x)$$

$$\frac{d}{dx}y(x)$$

diff(y(x),x,x)

(D@@2)(y)(x)

برای حل معادلات دیفرانسیل از دستور dsolve استفاده می شود که صورت کلی آن بصورت زیر است.

> dsolve(de,Y);	حل معادله دیفرانسیل de که شامل $Y=y(x)$ است.
-----------------	--

مثال ۲-۲۳. معادله دیفرانسیل $y'' - 2y' + y = 0$ را نشان داده و آن را حل کنید.

> Y:=y(x);

$$Y := y(x)$$

> dy:=diff(Y,x);

$$dy := \frac{d}{dx} y(x)$$

> ddy:=diff(%,x);

$$ddy := \frac{d^2}{dx^2} y(x)$$

> de:=ddy-2*dy+Y=0;

$$de := \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) - 2 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) + y(x) = 0$$

> ans:=dsolve(de,Y);

$$ans := y(x) = _C1 e^x + _C2 e^{-x}$$

- معادله دیفرانسیل مرتبه اول

معادله ای که بالاترین مشتق موجود در آن برابر یک باشد و فرم کلی آن بصورت $F(x, y, y') = 0$ و جواب کلی آن $(y(x, c))$ می باشد که در آن c ثابت اختیاری می باشد برای حل این نوع معادلات نیز از دستور **dsolve** استفاده می شود

مثال ۲-۲۴. معادله دیفرانسیل $((y' = (1+y^2)/(xy(1+x^2)))$ را نسبت به $y(x)$ حل نمایید.

> **dsolve(diff(y(x),x)=(1+y(x)^2)/(x*y(x)*(1+x^2)));**

$$y(x) = \frac{\sqrt{(1+x^2)(-1+C_1x^2)}}{1+x^2}, y(x) = -\frac{\sqrt{(1+x^2)(-1+C_1x^2)}}{1+x^2}$$

برای حل معادلات دیفرانسیل با شرایط اولیه از دستور **dsolve** بصورت زیر استفاده

می شود:

حل معادله دیفرانسیل de با شرایط اولیه.	رشته شرایط اولیه, de
	> dsolve({de, شرایط اولیه}, y(x));

مثال ۲-۲۵. معادله دیفرانسیل $y' - yx = x$ با شرط $y(0) = 0$ را نسبت به $y(x)$ حل نمایید.

> **dsolve({diff(y(x),x)-x*y(x)=x,y(0)=0},y(x));**

$$y(x) = -1 + e^{\left(\frac{1}{2}x^2\right)}$$

برای حل معادلات دیفرانسیل با روش صریح از دستور **implicit** در بسته **dsolve** و

برای درستی جواب معادلات دیفرانسیل از دستور **odetest** استفاده می شود که اگر نتیجه برابر صفر شود جواب درست است.

<code>> sol:= dsolve(de,implicit);</code>	حل معادله دیفرانسیل de به روش صریح
<code>> odetest(sol,de);</code>	بررسی صادق بودن جواب در معادله

مثال ۲-۲۶. معادله دیفرانسیل $y'' + 2y' + 10y = 0$ را به روش صریح حل کرده سپس درستی آن را تحقیق کنید.

`> ode:=diff(y(x),x,x)+۲*diff(y(x),x)+۱۰*y(x)=۰:`

`> sol:=dsolve(ode,implicit);`

$$sol := y(x) = _C1 e^{(-x)} \sin(3x) + _C2 e^{(-x)} \cos(3x)$$

`> odetest(sol,ode);`

□

نکته: اگر خواسته باشیم با استفاده از یک منوی موضوعی به معادله خود نگاه کنیم روی معادله راست کلیک کرده منو باز می شود ابتدا DE را با استفاده از ماوس انتخاب کرده سپس روی solved.E و پس از آن روی $y(x)$ کلیک می کنیم.

– دسته بندی معادلات مرتبه اول

معادلات دیفرانسیل مرتبه اول بر حسب ساختار آنها به کلاس های مختلف تفکیک شده اند، برای تعیین کلاس یک معادله از دستور `odeadvisor` در بسته DEtools که شامل دستوراتی برای تفکیک، رسم و فهم بیشتر معادلات دیفرانسیل معمولی می- باشد استفاده می شود بعضی از مهمترین آنها عبارتند از:

– معادله جدایی پذیر^۱: معادله ای به فرم $y'=f(x)g(y)$ یک معادله جدایی پذیر نامیده می شود.

^۱.separable

- معادله همگن درجه n ام^۲: معادله ای به فرم $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ یک معادله همگن درجه n ام نامیده می شود اگر $(N(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n N(x, y))$ و $(M(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n M(x, y))$
- معادله خطی^۳: معادله ای به فرم $(y' + f(x)y = r(x))$ یک معادله خطی نامیده می شود.
- معادله برنولی^۴: معادله ای به فرم $(y' + f(x)y = y^n r(x))$ یک معادله برنولی می باشد.
- معادله ریکاتی^۵: معادله به فرم $(y' + f(x)y = y^2 r(x) + g(x))$ یک معادله ریکاتی می باشد.
- مثال ۲-۲۷. نوع هر یک از معادلات مرتبه اول زیر را مشخص کنید.

$$1. \quad y' = e^{x+y}$$

$$2. \quad xyy' + x^2 - y^2 = 0$$

$$3. \quad y' + 2y = e^x$$

$$4. \quad y' - y = xy^2$$

$$5. \quad y' = x^2 + 2/x, \quad y - (1/x) \cdot y^2$$

> with(DEtools):

> DE:=diff(y(x),x)=exp(x+y(x)):

> odeadvisor(DE);

[_separable]

> DE:=2*x*y(x)*diff(y(x),x)+x^2-y(x)^2=0:

> odeadvisor(DE);

[[_homogeneous, class A], _rational, _Bernoulli]

> DE:=diff(y(x),x)+2*y(x)=exp(x):

> odeadvisor(DE);

^۲. homogeneous

^۳. linear

^۴. Bernoulli

^۵. Riccati

```
[[linear, class A]]
```

```
> DE:=diff(y(x),x)-y(x)=x*y(x)^۲:
```

```
> odeadvisor(DE);
```

```
[Bernoulli]
```

```
> DE:=diff(y(x),x)=x^۳+۲/x*y(x)-۱/x*y(x)^۲:
```

```
> odeadvisor(DE);
```

```
[rational, Riccati]
```

- معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

فرم کلی معادله مرتبه دوم بصورت $F(x, y, y', y'') = 0$ می باشد که جواب کلی آن به فرم $y(x, C_1, C_2)$ می باشد که در آن C_1 و C_2 ثابت های اختیاری می باشند.

مثال ۲-۲۸. معادله دیفرانسیل $y'' - y' - 6y = 0$ را با شرایط اولیه $y'(0) = -4$, $y(0) = 3$ حل کنید.

```
> dsolve({diff(y(x),x,x)-diff(y(x),x)-۶*y(x)=۰,y(۰)=۳,D(y)(۰)=-۴},y(x));
```

$$y(x) = \frac{13}{5} e^{(-2x)} + \frac{2}{5} e^{(3x)}$$

دستگاه معادلات دیفرانسیل

دستگاه معادلات دیفرانسیل شامل بیش از یک مجهول می باشد. برای تعیین مجهولات نیز از دستور dsolve استفاده می نماییم. شکل کلی این دستور به صورت زیر است.

> dsolve({دستگاه معادلات}, {متغیرهای	حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با بیش از
--------------------------------------	---------------------------------------

یک مجهول	}}وابسته
----------	----------

مثال ۲-۲۹. دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$$y'' = z + 1$$

$$z'' = y + x$$

> sys:=(D@@2)(y)(x)=z(x)+1,(D@@2)(z)(x)=y(x)+x;

$$sys := D^{(2)}(y)(x) = z(x) + 1, D^{(2)}(z)(x) = y(x) + x$$

> dsolve({sys},{y(x),z(x)});

$$\left\{ \begin{aligned} y(x) &= -x + _C1 e^x + _C2 \sin(x) + _C3 \cos(x) + _C4 e^{(-x)}, \\ z(x) &= _C1 e^x - _C2 \sin(x) - _C3 \cos(x) + _C4 e^{(-x)} - 1 \end{aligned} \right\}$$

۲-۵-۶ تبدیل لاپلاس

تبدیل لاپلاس تابع $f(x)$ بصورت $s > 0$ $F(s) = \int_0^{\infty} f(x)e^{-sx} dx$ تعریف می شود البته

در صورت همگرایی این انتگرال ناسره، برای محاسبه تبدیل لاپلاس تابع $f(x)$ دستور `laplace` در بسته `inttrans` موجود می باشد.

تبدیل لاپلاس تابع	> laplace (f(x),x,s);
-------------------	-----------------------

مثال ۲-۳۰. تبدیل لاپلاس تابع وابسته به x $f(x) = 4x^2 - 2\cos 3x + 5e^{-x} - 3\sinh 2x + 1$

> with(inttrans):

> laplace(4*x^2-2*cos(3*x)+5*exp(-x)-3*sinh(2*x)+1,x,s);

$$\frac{8}{s^3} - \frac{2s}{s^2+9} + \frac{5}{1+s} - \frac{6}{s^2-4} + \frac{1}{s}$$

- عکس تبدیل لاپلاس

عکس تبدیل لاپلاس یعنی $(L^{-1}\{F(s)\}=f(x)$ در Maple با دستور `invlaplace` در بسته `inttrans` قابل محاسبه می باشد.

عکس تبدیل لاپلاس $F(s)$	<code>> invlaplace (F(s),s,x);</code>
مثال ۲-۳. عکس تبدیل $\frac{2s+1}{s^2+4}$ را بر حسب x بدست آورید	<code>> invlaplace((۲*s+۱)/(s^۲+۴),s,x);</code>

$$2 \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x)$$

۲-۵-۷ گرافیک

Maple می تواند توابع یک متغیره، منحنی های مسطح، توابع دو متغیره و رویه های سه بعدی را رسم کند. این نرم افزار می تواند نمودارهای پارامتری را رسم کند و توانایی انیمیشن سازی را به کار گیرد. دو تابع مهم که برای رسم نمودارها به کار می رود، توابع `plot` و `plot3d` است.

لازم به ذکر است که بعضی از دستورات رسم در بسته `plots` گنجانده شده است.

رسم دو بعدی

رسم یک عبارت (یا تابع) بر حسب x	<code>> plot (f(x),x=a..b);</code>
-----------------------------------	---------------------------------------

برای رسم نمودار به صورت مجموعه ای از نقاط اعمال زیر را انجام می دهیم:

۱. روی نمودار کلیک راست کنید یک منوی موضوعی ظاهر می شود

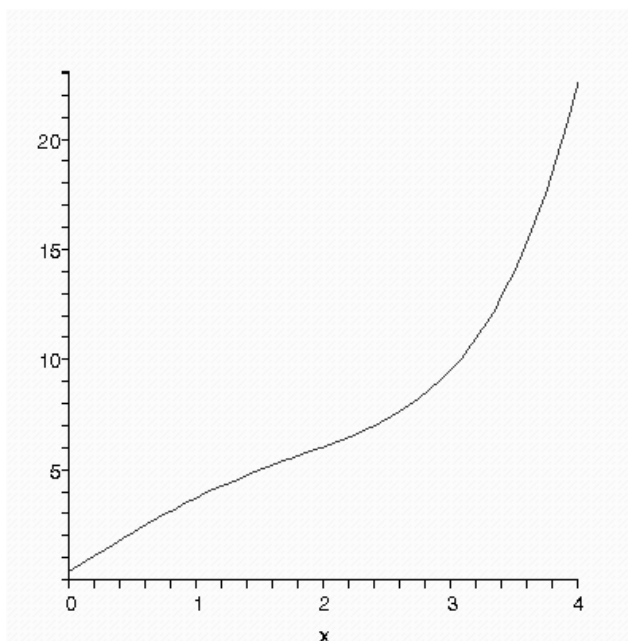
۲. روی style کلیک کنید یک زیر منو ظاهر می شود

۳. گزینه point را انتخاب کنید.

مثال ۲-۳۲. مطلوب است رسم تابع زیر با شرط $0 \leq x \leq 4$

$$3 \sin(x) + e^{\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)}$$

> plot(۳*sin(x)+exp(x-Pi/۴),x=۰...۴);



- نمودارهای پارامتری

> plot ([x(t),y(t),t=a..b]);	رسم منحنی پارامتری شده با $y=Y(t) \quad x=X(t)$ $a \leq t \leq b$
------------------------------	---

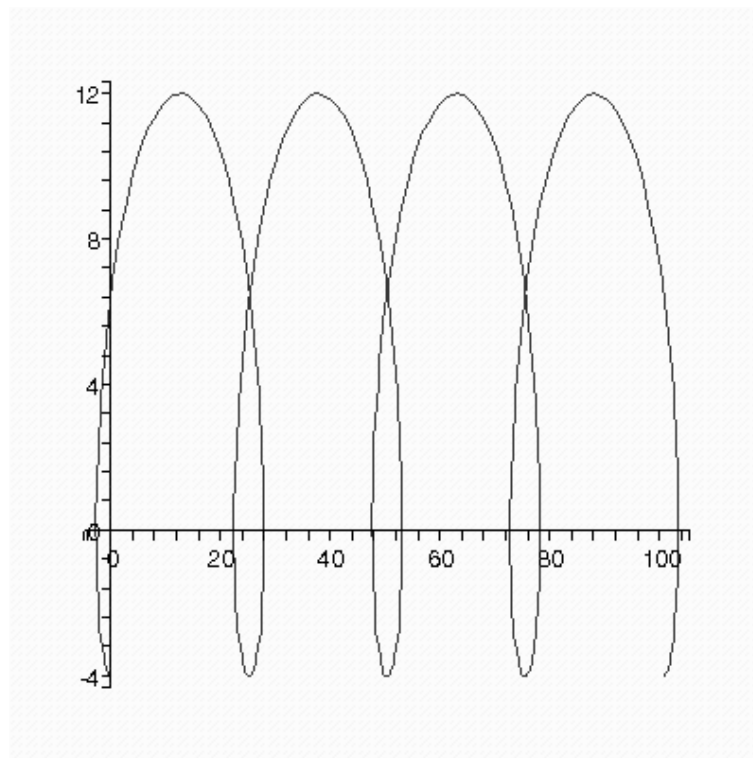
مثال ۲-۳۳. مطلوب است رسم تابع پارامتری زیر

$$X(t) = \xi t - \lambda \sin(t)$$

$$Y(t) = \xi - \lambda \cos(t)$$

$$0 \leq t \leq \lambda \pi$$

```
> plot([xi*t-lambda*sin(t),xi-lambda*cos(t),t=0..lambda*Pi]);
```



- نمودارهای چندگانه

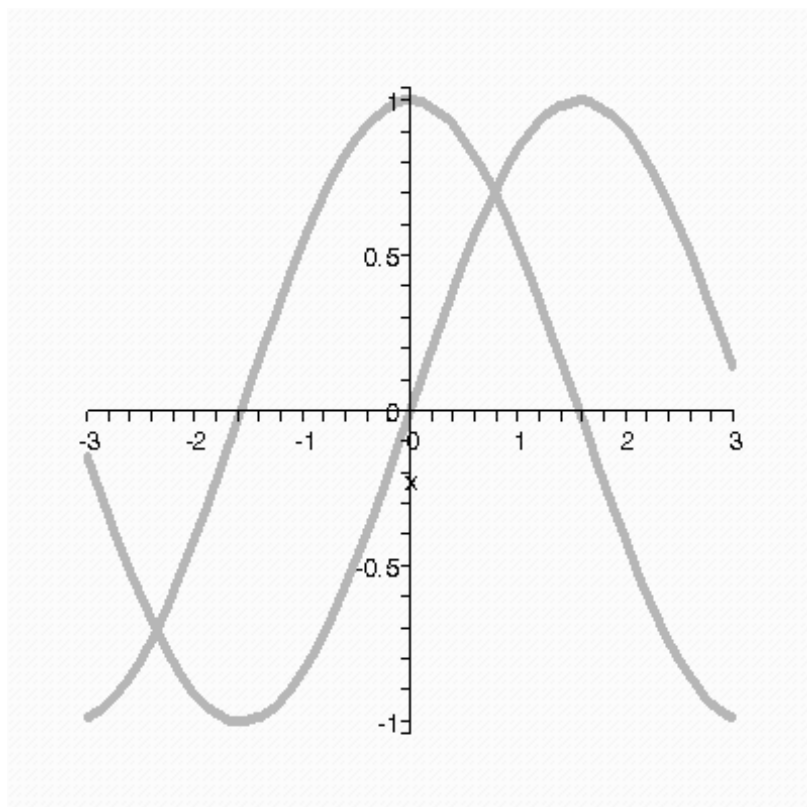
```
> plot([f(x),g(x)],x=a..b,color=black,thickness=n);
```

رسم دو تابع در یک نمودار
با رنگ و ضخامت دلخواه

نکته: روش دیگری برای رسم های چندگانه استفاده از تابع `display` در بسته `plots` است.

مثال ۲-۳۴. مطلوب است رسم منحنی های $\sin(x)$ و $\cos(x)$ که $-3 \leq x \leq 3$

```
> plot([sin(x),cos(x)],x=-3..3,color=green,thickness=3);
```



- رسم توابع ضمنی

برای رسم توابع ضمنی در Maple از دستور `implicitplot` در بسته `plots` استفاده می شود.

```
> implicitplot(f(x,y)=g(x,y),x=a..b,y=c..d);
```

ترسیم یک یا چند منحنی معلوم

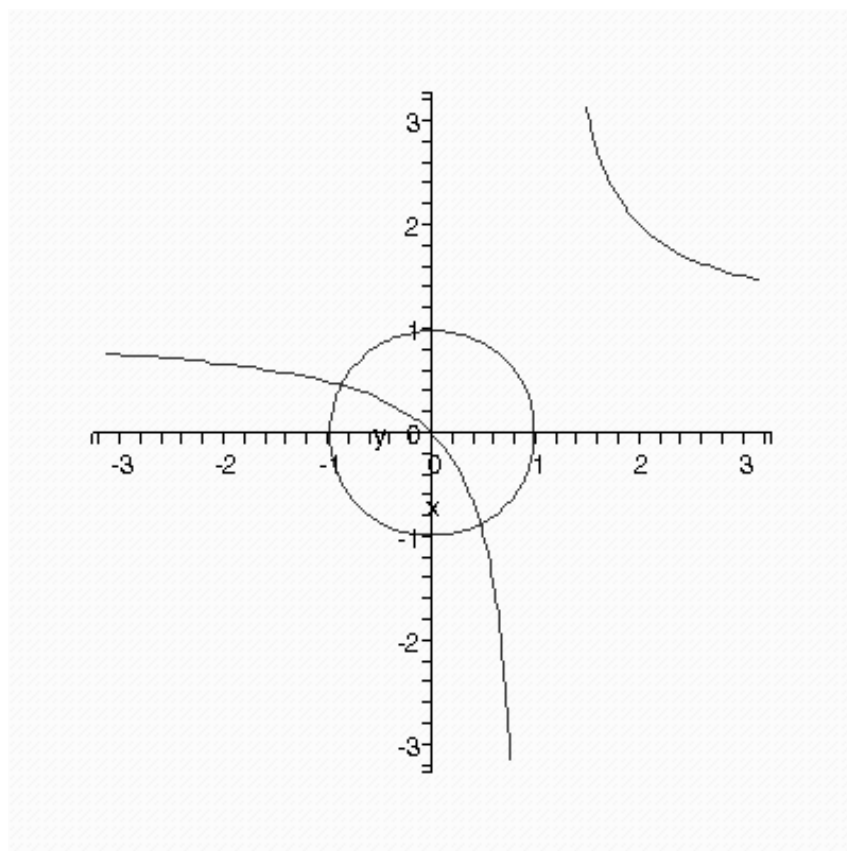
بوسیله معادلات صریح دو متغیره

مثال ۲-۳۵. مطلوب است رسم توابع ضمنی زیر

$$\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, y^2 + x^2 = 1 \right]$$

$$-\pi \leq x, y \leq \pi$$

> implicitplot([1/x+1/y=1,y^2+x^2=1],x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi);

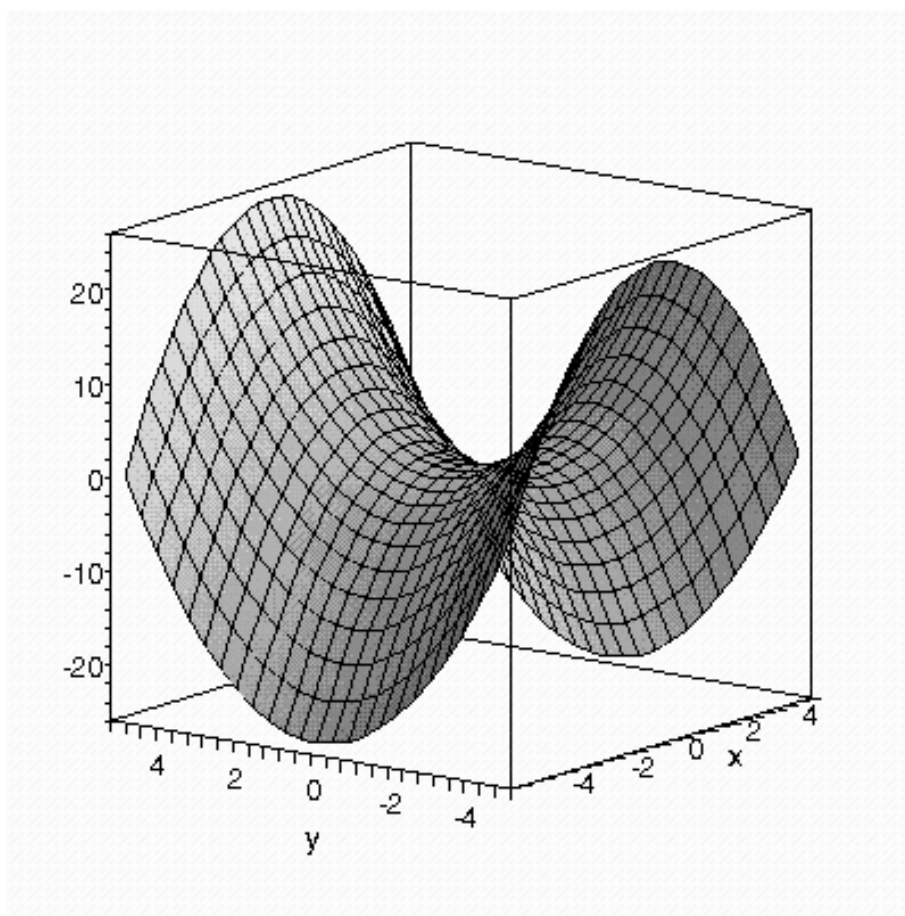


رسم سه بعدی

<code>> plot3d (f(x,y),x=a..b,y=c..d);</code>	رسم یک عبارت یا تابع دو متغیره (یعنی x و y)
--	--

مثال ۲-۳۶. مطلوب است رسم تابع $z=y^2-x^2$ با شرایط $-5 \leq x, y \leq 5$

`> plot3d(y^2-x^2,x=-5..5,y=-5..5);`



- نمودارهای پارامتری

<code>> plot3d([f(u,v),g(u,v),h(u,v)],u=a..b,v=c..d);</code>	رسم نمودار پارامتری شده با
---	----------------------------

	$x=f(u,v)$, $y=g(u,v)$, $z=h(u,v)$ و $c \leq v \leq d$, $a \leq u \leq b$
--	---

مثال ۲-۳۷. مطلوب است رسم تابع پارامتری زیر

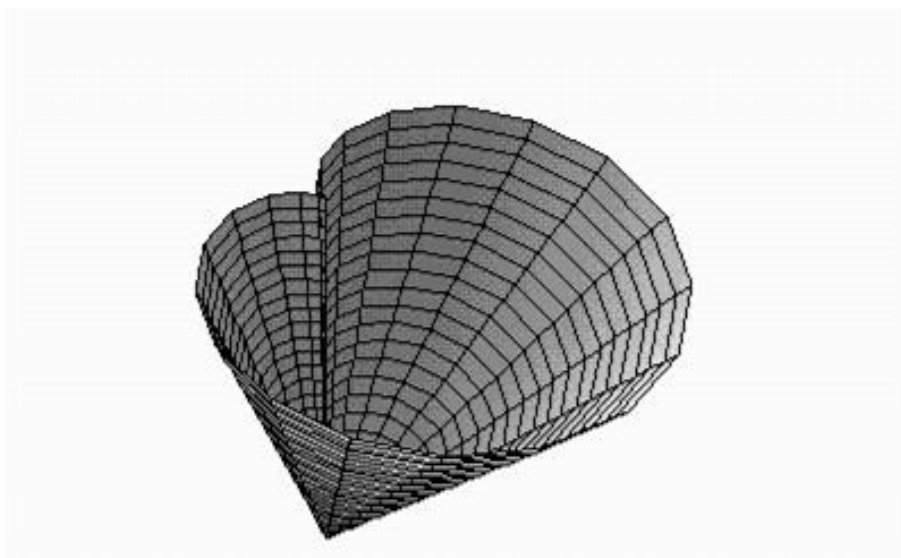
$$X(t) = (z \cos(t)) (1 + \sin(t))$$

$$Y(t) = (z \sin(t)) (1 + \sin(t))$$

$$Z(t) = z$$

$$0 \leq t \leq 2\pi \quad 0 \leq z \leq 10$$

`> plot3d([z*(1+sin(t))*cos(t), z*(1+sin(t))*sin(t), z], t=0..2*Pi, z=0..10);`



– نمودارهای چندگانه

<code>> plot3d([f(x,y), g(x,y)], x=a..b, y=c..d);</code>	رسم دو تابع در یک نمودار
---	--------------------------

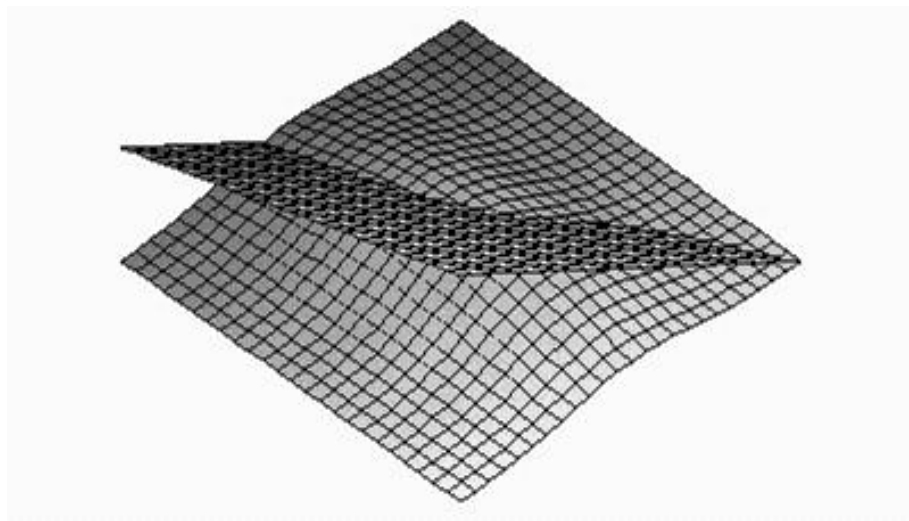
نکته: روش دیگری برای رسم های چندگانه استفاده از تابع display در بسته plots است.

مثال ۲-۳۸. مطلوب است رسم منحنی های زیر با شرایط

$$-2 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq y \leq 1$$

$$\left[\begin{array}{c} (-x^2 - y^2) \\ e^{x+y+1} \end{array} \right]$$

```
> plot3d([exp(-x^2-y^2),x+y+1],x=-2..2,y=-1..1);
```



منحنی های فضایی

برای رسم منحنی های فضایی $(x=f(t), y=g(t), z=h(t))$ که در آن $a \leq t \leq b$ از تابع spacecurve در بسته plots استفاده می شود.

<pre>> spacecurve([f(t),g(t),h(t)],t=a..b);</pre>	<p>یک یا چند منحنی را به صورت سه بعدی ترسیم می کند.</p>
--	---

مثال ۲-۳۹. مطلوب است رسم منحنی های زیر

$$f(t)=(t\sin(t),t\cos(t),t)$$

$$g(t)=(t\cos(t),t\sin(t),0)$$

$$\pi \leq t \leq 10\pi$$

`>spacecurve([t*sin(t),t*cos(t),t],[t*cos(t),t*sin(t),0],t=Pi..10*Pi);`



رسم رویه هایی که به طور ضمنی تعریف شده اند

برای رسم توابع ضمنی $F(x,y,z)=c$ از دستور `implicitplot3d` در بسته `plots` استفاده می شود.

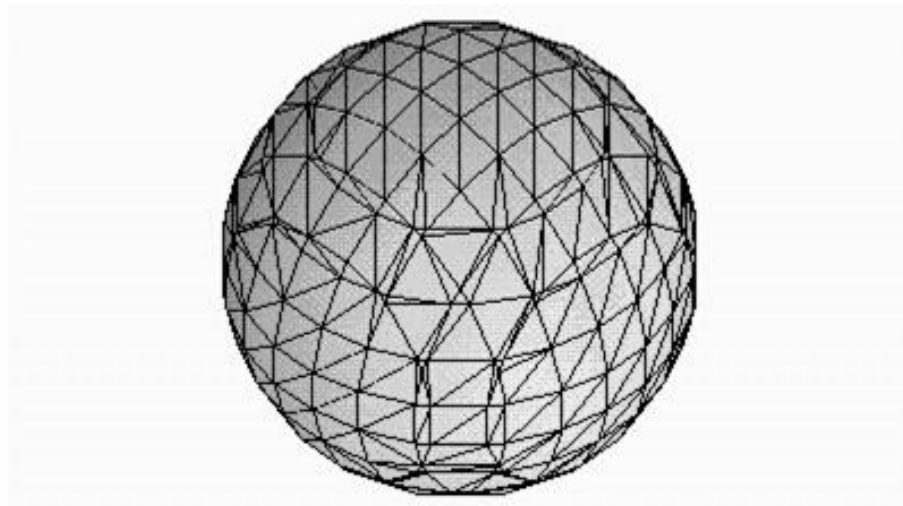
ترسیم یک یا چند منحنی معلوم بوسیله معادلات صریح سه متغیره

`>implicitplot3d(f(x,y,z)=g(x,y,z),x=a..b,y=c..d,z=e..f);`

مثال ۲-۴۰. مطلوب است رسم بیضی گون زیر

$$\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{36}y^2 + \frac{1}{4}z^2 = 1$$

```
>implicitplot3d(x^2/9+y^2/36+z^2/4=1,x=-3..3,y=-6..6,z=-2..2);
```



رسم نمودارهای تراز

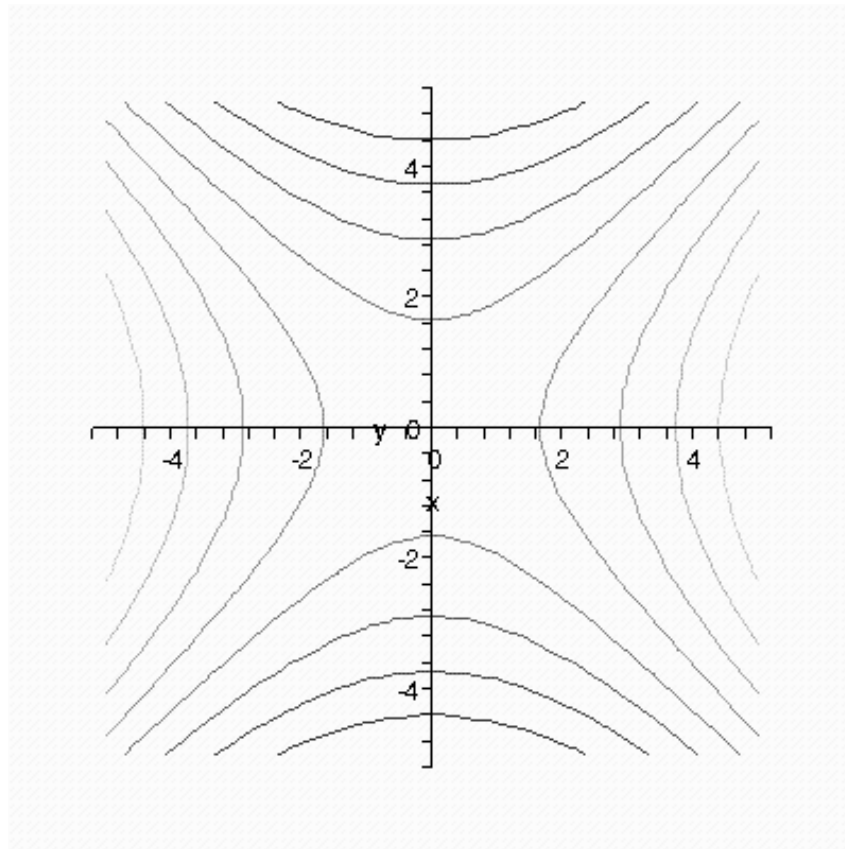
نمودار یک تابع دو متغیره را می توان با یک نمودار تراز دو بعدی قابل مشاهده کرد. برای تولید نمودارهای تراز از توابع `contourplot` و `contourplot3d` در بسته `plots` استفاده می کنیم.

<code>> contourplot(f(x,y),x=a..b,y=c..d);</code>	منحنی های هم تراز یک عبارت را بر حسب دو متغیر x و y ترسیم می کند.
<code>> contourplot3d (f(x,y),x=a..b,y=c..d);</code>	منحنی های سه بعدی هم تراز یک عبارت را بر حسب متغیرهای x و y ترسیم می کند.

مثال ۲-۴۱. مطلوب است رسم منحنی های تراز تابع $z=x^2-y^2$ در فاصله

$$-5 \leq y, x \leq 5$$

```
> contourplot(x^۲-y^۲,x=-۵..۵,y=-۵..۵);
```

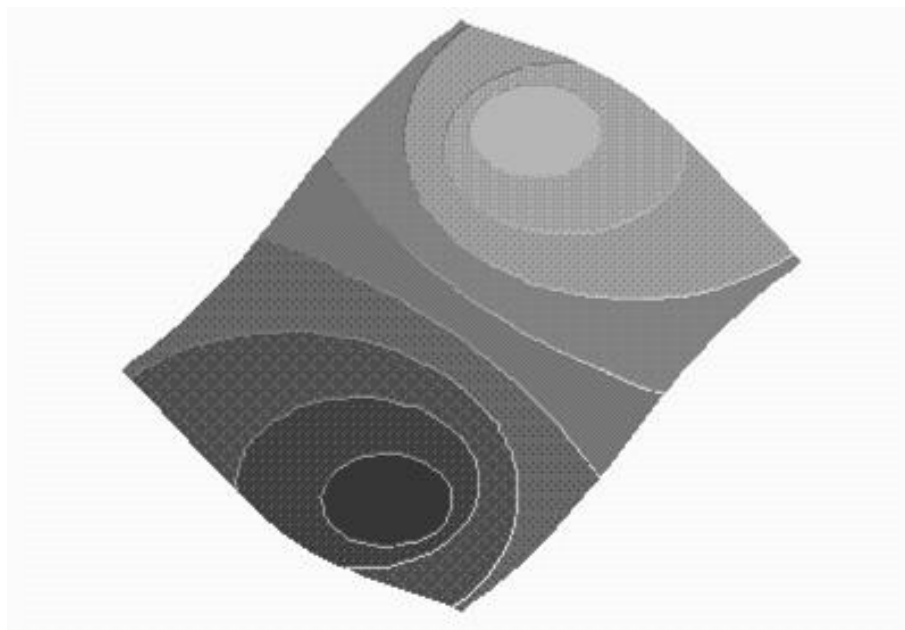


مثال ۲-۴۲. مطلوب است رسم منحنی های تراز تابع زیر در فاصله $-3 \leq x, y \leq 3$ همراه با میدان آن با رنگهای قرمز و سبز

$$-\frac{5x}{x^2+y^2+1}$$

```
> contourplot۳d(-۵*x/(x^۲+y^۲+۱),x=-۳..۳,y=-
```

```
۳..۳,filled=true,coloring=[red,green]);
```



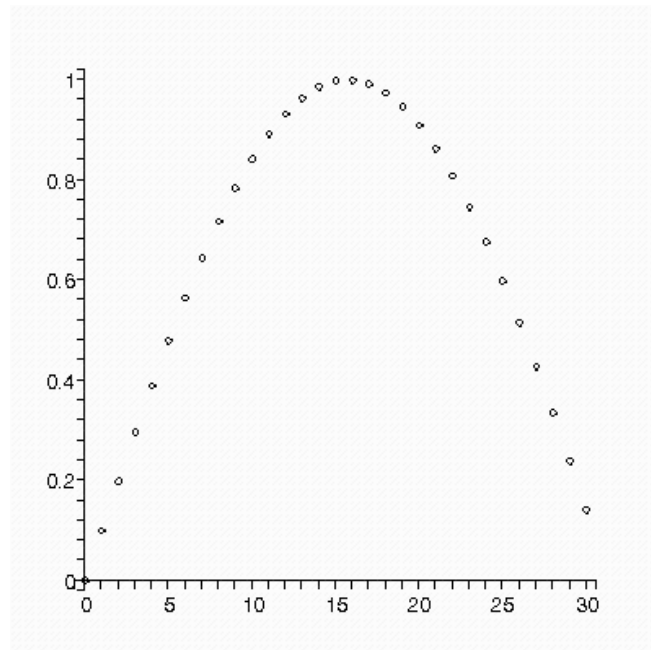
رسم دنباله ها

در Maple می توان با دستور `pointplot` دنباله را رسم نمود که در بسته `plots` قرار دارد

<code>> pointplot (f(i),i=۱..n);</code>	رسم دنباله $f(i)$
--	-------------------

مثال ۲-۴۳. مطلوب است رسم دنباله $(\sin(n/۱۰), n=۰..۳۰)$

`> pointplot({seq([n,sin(n/۱۰)],n=۰..۳۰)});`



متحرک سازی

Maple می تواند نمودارهای دو و سه بعدی را به صورت انیمیشن درآورد. دو تابع انیمیشن عبارتند از `animate` و `animate3d` این توابع در بسته `plots` قرار دارد.

به عنوان مثال برای $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ را در نظر بگیرید با استفاده از `animate` می توان رفتار این تابع را وقتی t تغییر می دند بیازمائیم.

```
>animate(1/(1+x*t),x=0..10,t=0..1,frames=10);
```

ابتدا نمودار $f(x)=1$ در صفحه کاری ظاهر می شود حال روی نمودار کلیک کنید یک منوی بار ظاهر می شود که شامل یک پنجره برای مختصات خود جمع کرده و ۹ دکمه جدید مانند دکمه های ضبط صوت است. روی هر دکمه کلیک کنید و نتیجه را ببینید.

■ انیمیشن را متوقف می کند

▶▶ یک فریم به جلو می برد

»» سرعت انیمیشن را افزایش می دهد

«« سرعت انیمیشن را کاهش می دهد

► انیمیشن را اجرا می کند

↺ انیمیشن را در دوره‌های پیوسته اجرا می کند

↔ انیمیشن را یک دور اجرا می کند

»» جهت اجرای انیمیشن را به جلو تغییر می دهد

«« جهت اجرای انیمیشن را به عقب تغییر می دهد

فصل سوم: MATLAB

مقدمه

MATLAB یک برنامه نرم افزاری قوی جهت دانشجویان و محققین رشته های مهندسی و ریاضی است که اولین نگارشهای MATLAB در دانشگاه نیومکزیکو و استانفورد در سال ۱۹۷۰ در جهت حل مسائل تئوری ماتریسها، جبر خطی و آنالیز عددی به وجود آمد.

در آن زمان هدف توسعه بسته های LINPACK و EISPACK بود که زیر روالهای فرترن برای عملیات ماتریسی بودند و هدف آنها این بود که دانشجویان بدون نوشتن برنامه های فرترن قادر به استفاده از آن باشند. به تدریج وبا افزودن امکانات و ابزارهای مختلف، MATLAB به نرم افزاری تبدیل شد که جای نرم افزارهای متعدد دیگری را نیز که به همین منظورها به وجود آمده بودند گرفت و امروزه صدها هزار کاربر دانشگاهی، آکادمیک، صنعتی و... در زمینه های بسیار متنوع مهندسی، علوم و کاربردها (نظیر ریاضیات پیشرفته، جبر خطی، کنترل، مهندسی سیستم، مخابرات و...) با MATLAB به عنوان یکی از اولین محیطهای محاسباتی و تکنیکی که قادر به حل مسائل آنها است آشنا می شوند.

ریاضیات زبان مشترک بسیاری از علوم مهندسی است. ماتریسها، معادلات دیفرانسیل، رشته های عددی اطلاعات، ترسیمها و گرافها لوازم اصلی به کار رفته در ریاضیات و نیز در محیط MATLAB هستند. این لوازم و بالاخص ترسیمات و نقشه ها و گرافها با استفاده از محیط

گرافیکی قدرتمند Windows نسبت به ویرایش قبلی در محیط dos بسیار پیشرفته و کارآمدتر شده اند.

الگوریتم های عددی مربوط به عملیات جبری ماتریسها و فاکتورگیری در ماتریسها ، با الگوریتمهای سریع تر و پیشرفته تری جایگزین شده اند. در کل، سرعت اجرای MATLAB ، به خصوص برای مسئله هایی در اندازه های متوسط ($n=100$) و بزرگتر ، به طور چشمگیری افزایش یافته است. نتیجه ای که از این پیشرفت حاصل می شود این است که محاسبات مربوط به عملگر های علمی زیاد به طول نمی انجامد.

برای سهولت در رسم ، در ابزار های پنجره Figure ، تغییراتی انجام شده است و ابزاری به آن اضافه شده تا در هنگام رسم یک منحنی یا شکل ، از سختی کار کاسته شود. در واقع آسان بودن کار برای استفاده کننده در این محیط و قابلیت های بسیار بالای گرافیکی تمایزهای اساسی بین ویرایشهای قبلی و ویرایشهای جدید است و این جدای از رفع عیوب قبلی و افزوده شدن حجم بسیار انبوهی از دستورات و فرامین قابلیتهای جدید و نیز جعبه ابزارهای جدید است.

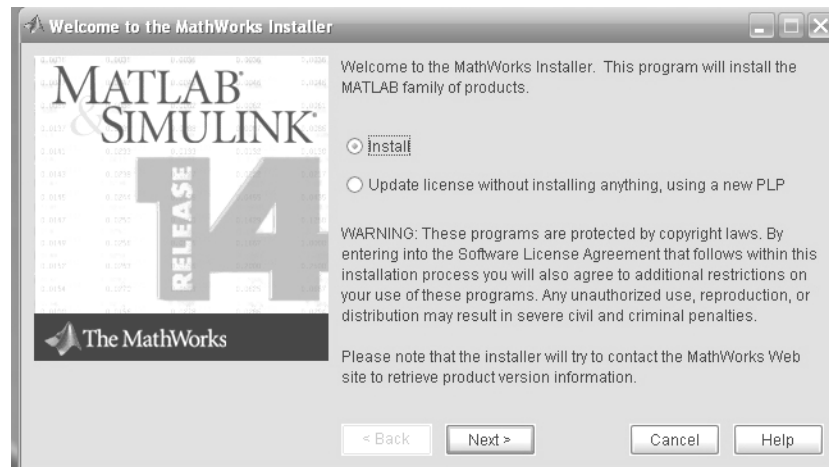
۳-۱-۷ نحوه نصب MATLAB

این برنامه به علت پیشرفته بودن فقط در Windows XP نصب خواهد شد .

مراحل نصب MATLAB به قرار زیر است:

دیسک MATLAB را داخل دیسک گردان قرار می دهیم.

Windows را اجرا می کنیم.



از طریق **My Computer** محتویات دیسک را باز می کنیم سپس پنجره ای ظاهر می شود در اولین پنجره کلمه **install** را انتخاب کرده و دکمه **Next** را می زنیم پنجره دوم باز می شود که از کاربر نام و نام خانوادگی را خواستار می شود با نوشتن نام و نام خانوادگی و زدن گزینه **Next** به پنجره سوم خواهیم رفت در این پنجره از کاربر سوال می شود که آیا موافق به اجرا و نصب هستید با انتخاب گزینه **yes** و سپس دکمه **Next** به پنجره چهارم خواهیم رفت در این پنجره پرسیده می شود که آیا برنامه بطور کامل نصب شود یا کاربر جزئیات مورد نظر خود را می خواهد نصب نماید با زدن گزینه (کامل) **typical** و سپس **Next** به پنجره پنجم خواهیم رفت در این پنجره محل نصب برنامه را مشخص می کنیم با انتخاب فایل مناسب توسط **browse** و سپس **Next** به پنجره بعد خواهیم رفت از این مرحله به بعد در هر مرحله با زدن گزینه **Next** برنامه نصب را دنبال می کنیم و در پایان پنجره ای مبنی بر موفقیت نصب باز خواهد شد.

۲-۳ پنجره های MATLAB

اجرای MATLAB یک یا چند پنجره را بر روی صفحه تصویر شما نمایان می کند از این پنجره ها پنجره فرمان **command window** اولین محلی است که شما با MATLAB محاوره می کنید. رشته کاراکتری، **<>**، اعلان MATLAB می باشد که در پنجره فرمان نمایش داده می شود و هنگامی که پنجره فرمان فعال می شود یک مکان نما در سمت راست اعلان ظاهر خواهد شد این مکان نما و اعلان MATLAB مشخص می کند که MATLAB منتظر اجرای

یک عمل محاسباتی است پنجره‌های دیگری که در MATLAB از آنها استفاده می شود عبارتند از:

Command History: دستوراتی را که قبلاً در پنجره فرمان اجرا شده اند را اجرا می کند

Launch pad: نموداردرختی دسترسی به ابزارها، و اسناد و مدارک را نشان می دهد

Current directory: GUI مورد نیاز را برای تغییر دایرکتوری و فایل موجود در MATLAB ارائه می دهد

Help: GUI مورد نیاز را برای پیدا کردن و نمایش متن راهنما ارائه می دهد

Workspace: GUI مورد نیاز را برای نمایش، فراخوانی و ضبط متغیرهای MATLAB ارائه می دهد

Array editor: GUI مورد نیاز را برای تغییر جزئیات و محتویات متغیرهای MATLAB ارائه می دهد

Editor /debugger: ویرایشگر متنی و خطایاب فایل های متنی MATLAB

۳-۳ محیط کاری MATLAB

همزمان با اینکه در پنجره فرمان کار می کنید MATLAB فرمانهایی که برای مقادیر متغیرها ایجاد می کنید را به خاطر می سپارد. این فرمان ها و متغیرها در محیط کاری MATLAB مقیم شده، هر زمان و جایی که بخواهید می توانید آنها را فراخوانی کنید در صورتی که نام متغیر را نمی توانید به خاطر بسپارید می توانید لیستی از متغیرهایی که MATLAB می شناسد را با به کار بردن فرمان who مشاهده کنید.

عبارت است از ارتباط گرافیکی با کاربر همچون دکمه ها، منوها و جعبه های GUI^۶ -

توجه کنید که MATLAB مقدار متغیرها را ذکر نکرده و فقط نام متغیرها را نشان می دهد برای نمایش مقدار هر متغیری بایستی نام آن را در مقابل اعلان MATLAB وارد کنید. به طور دقیق مثل یک ماشین حساب فضای محدودی برای ذخیره متغیرها وجود دارد.

برای فراخوانی فرمان های پیشین، کلید های مکان نما (↵→←) از صفحه کلید را به کار ببرید. به عنوان مثال با یک بار فشار دادن کلید ↵ آخرین فرمان در مقابل اعلان MATLAB ظاهر می شود. فشار دادن پی در پی این کلید سبب ظاهر شدن فرمان های قبلی به ترتیب خواهد شد با فشار دادن متوالی کلید ↵ نیز فرمان ها به ترتیب از قدیمی ترین به جدیدترین فرمان ظاهر می شود. تایپ چند کاراکتر اول یک فرمان و سپس فشار دادن کلید ↵، سبب ظاهر شدن جدید ترین فرمانی که با آن کاراکترها شروع می شود، خواهد شد. در هر حالتی با فشار دادن کلید های ←→ می توانید در طول فرمان جابجا شده و فرمان مربوطه را ویرایش کنید.

بسته به نوع کامپیوتر مورد استفاده، ویژگیهای ویرایش خط فرمان دیگری نیز وجود دارد. ساده ترین روش ویرایش خط فرمان، ویرایش و غلط یابی جدیدترین فرمان وارد شده می باشد به عنوان مثال؛ فرض کنید که ما tape را به صورت زیر وارد کرده ایم:

```
<< tapa=2;
```

در این مثال ما چهارمین کاراکتر را به اشتباه به جای e، a تایپ کرده ایم. برای رفع این اشتباه، کلید ↵ را یک بار فشار دهید تا فرمان فراخوانی شود. سپس با استفاده از کلید ← به سمت چپ حرکت کرده و a را به e تغییر دهید. برای انجام این تغییر، مکان نما را بر روی منتقل کرده، کلید Delete را فشار داده e را تایپ کنید.

۳-۴ راهنمای Help

فرمان های زبان MATLAB بسیار زیاد بوده و به خاطر سپردن آنها ممکن نیست. برای جستجوی فرمانها، MATLAB قابلیت راهنمای مستقیم را برای کمک به شما فراهم می کند این قابلیت ها و امکانات به سه صورت قابل دسترسی می باشد:

- استفاده از help
- فرمان look for
- استفاده از راهنما در نوار منو

فرمان help

فرمان help ساده ترین روش برای کسب راهنمایی در مورد عنوانی است که نام عنوان را می دانید در صورتیکه عنوان مورد نظر موجود باشد ، تایپ کردن help topic راهنمایی و اطلاعاتی را درباره آن موضوع نمایش می دهد.

در صورتیکه نام عنوانی که می خواهید درباره آن اطلاعات کسب کنید ، مشخص باشد می توان به سادگی به طور مناسب از فرمان help استفاده کنید از آنجایی که اغلب عنوان مورد نظر را نمی دانید می توانید فرمان help را بدون عنوان تایپ کنید تا MATLAB برای پیدا کردن عنوان مورد نظر، شما را راهنمایی کند.

فرمان look for

استفاده از فرمان help تنها زمانی مناسبترین روش دسترسی به راهنمایی می- باشد که عنوان دقیق را بدانید هنگامی که از املائی عنوان یا وجود آن مطمئن نیستید فرمان look for را برای کسب راهنمایی به کار ببرید.

فرمان look for اولین خطوط تمام عناوین راهنمای MATLAB و M_فایلهای موجود در مسیر را جستجو کرده و آنهایی را که حاوی کلمه کلیدی مورد نظر می باشند بر می گرداند توجه داشته باشید که حتماً نبایستی عنوان مورد جستجو فرمانی از MATLAB باشد

مشابه هر زبان کامپیوتری دیگر، MATLAB نیز دارای قوانینی در مورد نام گذاری متغیرها می باشد

- نامهای متغیرها بایستی یک کلمه تکی (بدون فاصله) باشد.
- در نام متغیر حروف بزرگ و کوچک یکسان در نظر گرفته نمی شود.

- اسامی متغیرها می توانند حداکثر تا ۳۱ کاراکتر داشته باشند کاراکترهایی که بعد از ۳۱ کاراکتر تایپ می شوند در نظر گرفته نمی شوند.
- اسامی متغیرها حتما باید با یک حرف شروع شوند بعد از آن می توانید از حروف، اعداد یا کاراکتر زیر خط استفاده کنید.
- نمی توانید از علائم نقطه گذاری در نامگذاری متغیرها استفاده نمایید زیرا که اکثر آنها در MATLAB دارای معنی خاصی می باشند.
- البته موارد استثنایی هم در مورد این قوانین نام گذاری وجود دارد MATLAB اسامی متعددی دارد که نمی توانید از آنها در نام گذاری متغیرها استفاده کنید این اسامی کلمات کلیدی یا کلمات رزرو شده MATLAB نامیده می شوند که عبارتند از :

For - end - if - while - function – return - Else if - case – otherwise - switch - continue - Else - try - catching - global - persistent - breaking

اگر بخواهید از یکی از کلمات کلیدی MATLAB به عنوان متغیر استفاده کنید پیغام خطایی به شما نشان داده می شود. البته می توانید کلمات کلیدی را با حروف بزرگ نوشته و از آنها به عنوان متغیر استفاده کنید اگر از متغیری بار اول استفاده کرده باشید و مجدداً خواسته باشید که از آن استفاده کنید یا اینکه مقداری را به یکی از متغیرهای قبلی تخصیص دهید مقدار قبلی آن متغیر از بین خواهد رفت و مقدار جدید جایگزین مقدار قبلی می شود اگر چه ممکن است سایر عباراتی که با استفاده از مقادیر قبلی آن متغیر محاسبه شده اند تغییر نکنند.

M – فایل ها

M – فایل ها برای حل مسائل ساده، وارد کردن فرمانها و عبارات مورد نیاز در اعلان MATLAB روش سریع و موثری می باشند. اگر تعداد فرمان ها افزایش یابد یا اینکه مقدار یا چند متغیر را تغییر داده و مجبور به محاسبه مجدد تعدادی از فرمان ها شوید تایپ کردن در اعلان MATLAB، روش مناسبی نخواهد بود. MATLAB یک راه حل منطقی برای این مشکل ارائه می دهد این راه حل امکان قراردادن فرمان های MATLAB در یک فایل متنی ساده را فراهم نموده و سپس هنگام فراخوانی فایل به MATLAB بیان می کند که فایل را باز کرده و فرمان ها همان طوری که در اعلان فرمان تایپ کرده بودید، خواهند بود. برای ایجاد یک M_فایل گزینه new

از منوی فایل و سپس M-file را انتخاب کنید این روال سبب فعال شدن پنجره ویرایشگر متن می شود که فرمان های MATLAB را در آن وارد می کنید.

محتوای M - فایل

یک M-فایل کامل از قسمت های زیر تشکیل شده است:

سطر تعریف تابع: در این سطر نام تابع و تعداد آرگومان های ورودی و خروجی مشخص می شود

سطر H۱: این سطر هنگامی استفاده می شود که از دستور look for برای جستجوی یک دستور استفاده می کند.

متن help: هنگامی که از دستورات help function-name استفاده می کنیم این قسمت به همراه سطر H۱ نمایش داده می شود

بدنه تابع: در بر گیرنده دستورات اجرایی برنامه می باشد

مثال ۳-۱. تابع mmin با یک آرگومان خروجی، کوچکترین مقدار یک ماتریس را بدست می آورد. در صورت داشتن دومین آرگومان خروجی، اندیسهای سطر و ستون کوچکترین مقدار برگردانده می شود

Function [m , i]= mmin(a)

% MMIN Matrix minimum value.

%MMIN(A) return the minimum Value in the matrixA.

%[M , I]= MMIN(A) in addition returns the indices of

%the minimum Value in I = [rowcol].

If nar gout = = ۲ , % return in dices

[m , i] = min(a)

```

[m , ic] = min(m)

i = [i (ic) ic];

else

    m = min (min (a))

end

```

نکات کاربردی در MATLAB

- در MATLAB برای طرز نمایش اعداد از دستور format استفاده می شود، البته تابع پیش فرض برای نمایش اعداد در MATLAB، short است که تا ۴ رقم اعشار برای نمایش اعداد استفاده می کند. برای اینکه اعداد با تعداد رقم بیشتری نمایش داده شوند از دستور long استفاده می کنیم.
- برای درایه به درایه از عملگر نقطه ای قبل از عملگر مورد نظر استفاده می شود.
- علامت سمی کولن (;) در انتهای یک عبارت MATLAB از چاپ نتایج جلوگیری می کند.
- اگر عبارتی طولانی باشد، می توانید سه نقطه (...) در انتهای آن تایپ کرده و کلید Enter را فشار داده و سپس ادامه عبارت را در خط بعدی وارد کنید.
- به طور پیش فرض، MATLAB نتایج را در متغیر ans که مخفف answer است ذخیره می کند.
- توضیحاتی که بعد از علامت % می آید فقط برای استفاده کاربر است و کامپیوتر آن را نمی خواند.

۳-۵ مروری بر قسمتی از امکانات

۳-۵-۱ گرافیک

نمودارهای دو بعدی

معمولی ترین فرمان برای ترسیم نمودار داده های دو بعدی ، فرمان plot میباشد .این فرمان هوشمند ، یک سری از آرایه های داده ها را روی محورهای مناسب رسم کرده و نقاط را با خطوط راست به هم وصل می کند

```
>>x=lin space (a,b,n);
```

```
>>y=f(x):
```

```
>>plot(x,y)
```

با اجرای فرمان بالا n نقطه در بازه $a \leq x \leq b$ ایجاد می شود تا محور افقی نمودار ساخته و بردار دیگری را به نام y که شامل f آن نقاط در x می باشد ایجاد می کند. تابع plot پنجره گرافیکی را باز می کند که پنجره Figure نامیده می شود سپس اندازه محور مختصات را مطابق با داده ها تنظیم می کند تا بتواند نقاط را بر روی نمودار رسم کند.

بعد از رسم نقاط آنها را با خطوط راست به یکدیگر متصل می کند این تابع به طور خود کار محورهای مختصات را مدرج کرده و علائم مشخص کننده نقاط را روی محور مختصات قرار می دهد اگر پنجره Figure از قبل موجود باشد، تابع plot پنجره جاری را پاک کرده و شکل جدید را در آن رسم می کند.

نکته ۱: در صورت نیازی می توانید چند منحنی یا خط را روی یک نمودار رسم کنید این کار با دادن اطلاعات مربوط به خط یا منحنی دوم بصورت جفت آرگومان بعدی صورت می گیرد.

نکته ۲: چنانچه ترتیب آرگومانها را تغییر دهید، نمودار به اندازه ۹۰ درجه دوران پیدا می کند.

مثال ۲-۳. مطلوب است رسم نمودارهای زیر در فاصله $[\pi, 2]$:

$$Y = \sin 2x$$

$$Z = \cos x$$

```
>>x=linspace (0,2*pi,30);
```

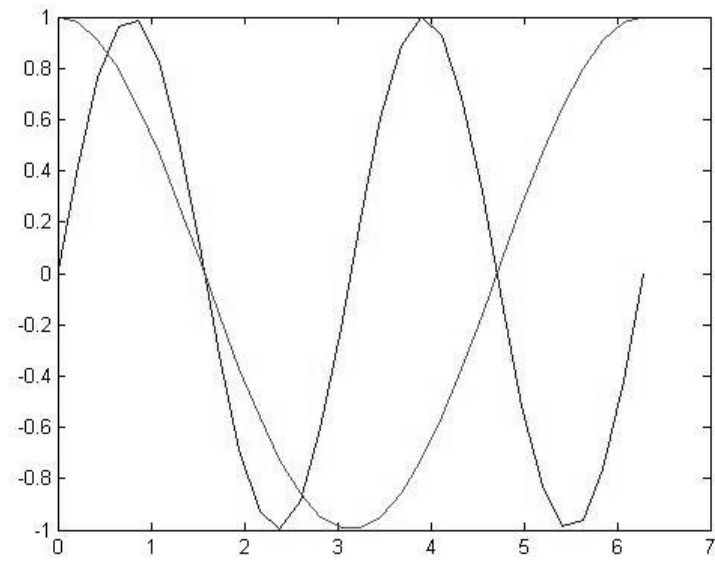


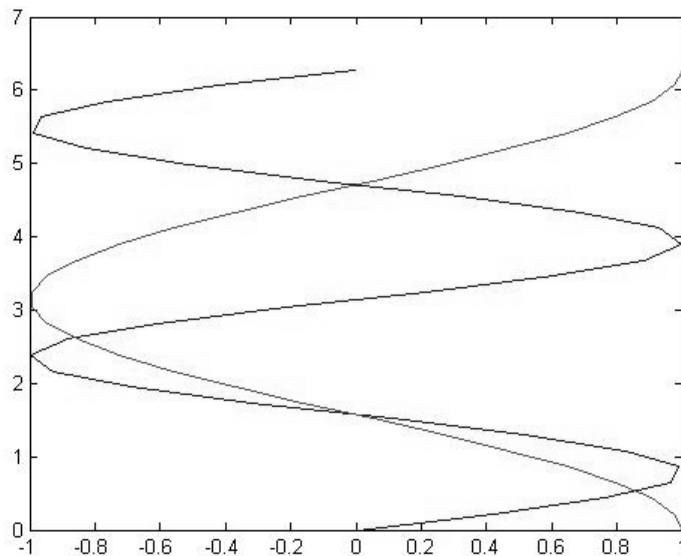
```
>>y=sin(۲*x);
```

```
>>z=cos(x);
```

```
>>plot (x,y,x,z)
```

```
>>plot (y,x,z,x)
```





- توابع ترسیم دو بعدی ویژه

polar:

>> polar(t,r,s)	<p>نموداری که مختصات آن قطبی باشد (t، بردار زاویه بر حسب رادیان و r بردار شعاع و s رشته کاراکتری است که مشخص کننده رنگ، علامت مشخصه یا نوع خط می باشد).</p>
-----------------	--

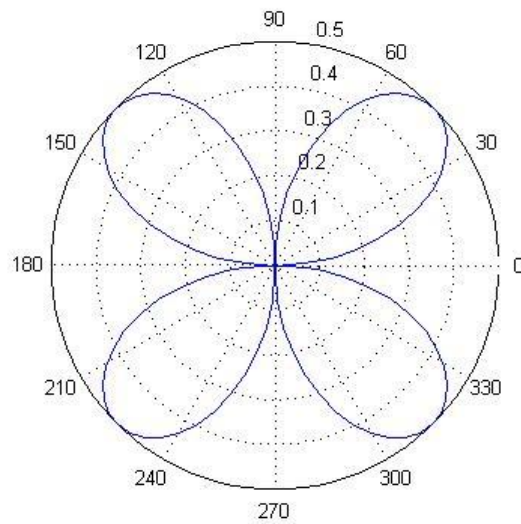
مثال ۳-۳. مطلوب است رسم تابع زیر به شکل قطبی در بازه $(\pi, 2\pi)$

$$Y = \cos(t)\sin(t)$$

```
>> t=linspace(0,2*pi);
```

```
>> r=cos(t).*sin(t);
```

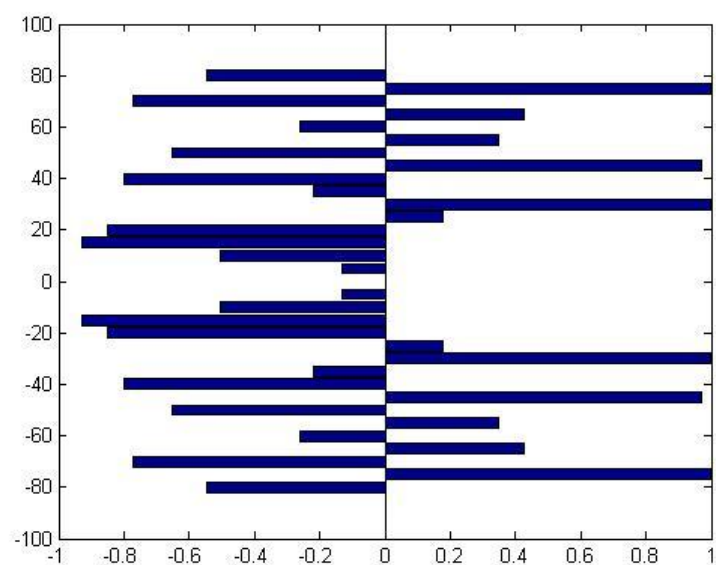
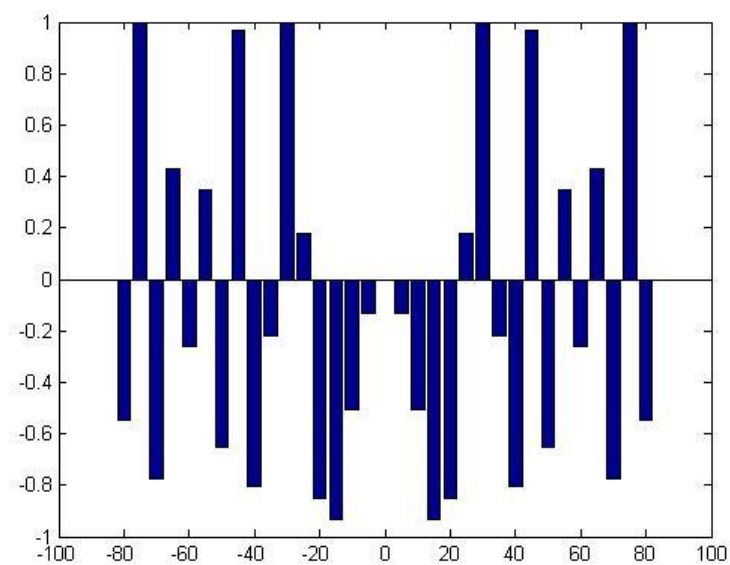
```
>> polar(t,r)
```

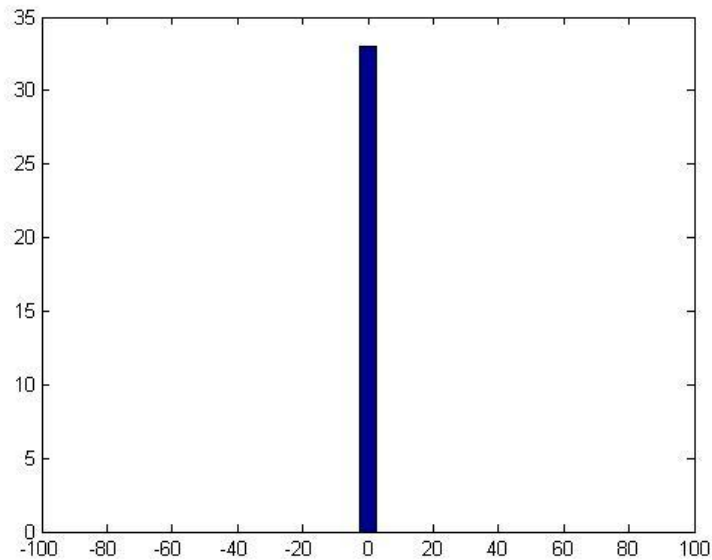


<code>>> bar(x,y)</code>	نمودار میله ای
<code>>> barh(x,y)</code>	نمودار میله ای افقی
<code>>> hist(x,y)</code>	نمودار هیستوگرام

مثال ۳-۴. مطلوب است ترسیم نمودار میله ای و میله ای افقی و هیستوگرام برای تابع $y = \sin^2 x$

```
>>x=-۸۰:۵:۸۰;
>>y=sin(x.^۲);
>>bar(x,y)
>>barh(x,y)
>> hist(y,x,۱)
```



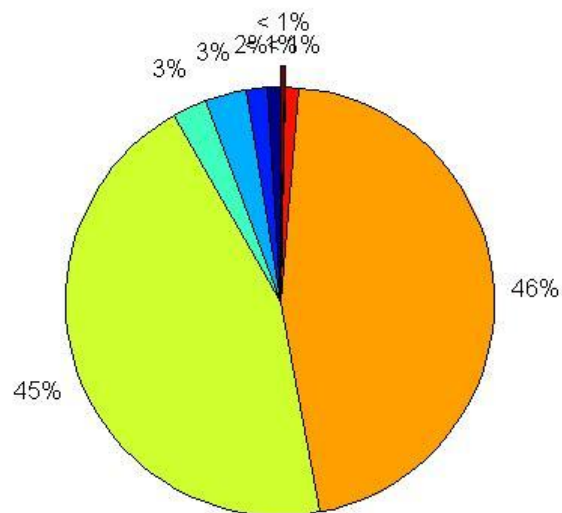
**pie:**`>> pie(a,b)`

نمودار کیک (a برداری از مقادیر، b یک بردار منطقی اختیاری می باشد که قاچ یا قاچهایی را که باید از نمودار بیرون آورده شوند را توصیف می کند.

مثال ۳-۵. مطلوب است کمترین مقدار آرایه a با استفاده از نمودار کیک

```
>> a=[۱.۵ ۲.۵ ۵ ۴.۳ ۷۱.۸ ۷۳.۲ ۱.۶ ۰.۶۴];
```

```
>> pie(a,a==min(a))
```

**plot matrix**

>> plot matrix	ماتریس نمودار پراکنش
----------------	----------------------

ribbon

>> ribbon (x,y)	نمودار خطی با خطوط دو بعدی به شکل نوار
-----------------	--

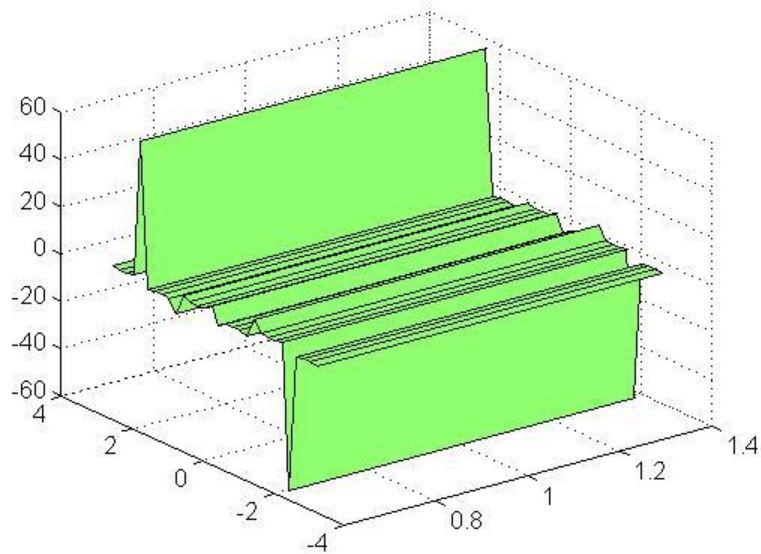
مثال ۳-۶. مطلوب است رسم نمودار خطی دو بعدی به شکل نوار برای تابع زیر

$$Y = \csc(3x)$$

```
>> x=-۲.۹:۰.۲:۲.۹;
```

```
>> y=csc(x.*۳);
```

```
>> ribbon(x,y)
```

**stairs**

>> stairs (x,y)	نمودار پله ای
-----------------	---------------

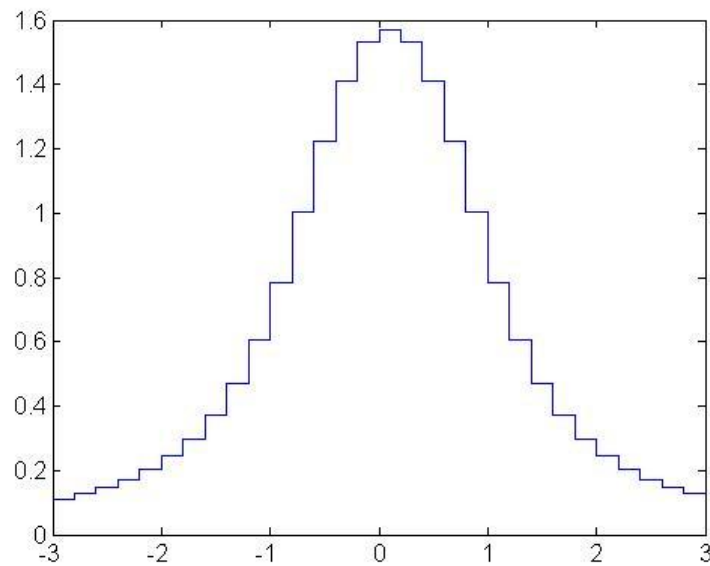
مثال ۳-۷. مطلوب است رسم نمودار پله ای برای تابع زیر

$$Y = \operatorname{arccot}(x^2)$$

```
>> x=-3:.2:3;
```

```
>> y=acot(x.*x);
```

```
>> stairs(x,y)
```



نمودارهای سه بعدی

MATLAB توابع مختلفی را برای نمایش داده های سه بعدی ارائه می دهد.

برخی از این توابع خطوطی را در فضای سه بعدی ترسیم می کنند در حالیکه سایر توابع صفحه و نمایی از اجسام سه بعدی را رسم می کنند. بعلاوه از رنگ برای نمایش بعد چهارم می توان استفاده کرد. هنگامی که در این حالت از رنگ استفاده می شود به آن شبه رنگ می گویند.

- نمودارهای خطی

تابع `plot` را که در فضای دو بعدی از آن استفاده می کردید اکنون بصورت `plot3` در فضای سه بعدی مورد استفاده قرار می گیرد قالب آن شبیه همان قالب `plot` می- باشد ، بجز اینکه داده ها در سه بعد به کار برده می شود

<pre>>> plot3(x1,y1,z1,s1,x2,y2,z2,s2,...)</pre>	<p>نمودار خطی سه بعدی x_n, y_n, z_n بردار یا ماتریس بوده و s_n رشته کاراکتری اختیاری می باشد که رنگ، علامت و نوع خط را مشخص می کند.</p>
--	---

مثال ۳-۸. مطلوب است نمودار تابع پارامتری زیر

$$X(t)=e^t$$

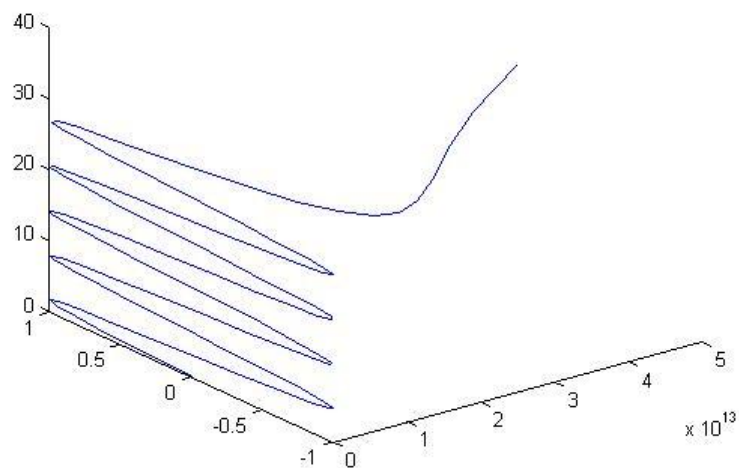
$$Y(t)=\sin t$$

$$Z(t)=t$$

$$0 \leq t \leq 10\pi$$

```
>>t=linspace(0,10*pi);
```

```
>>plot3(exp(t),sin(t),t)
```



- نمودار توابع دو متغیره

یک تابع عددی با دو متغیر $z=f(x,y)$ را تجسم کنید. $z=f(x,y)$ نشان دهنده

سطحی است که در محورهای z,y,x رسم شده اند. تابع `mesh` برای رسم چنین منحنی

هایی بکار می رود. قبل از اینکه بتوان از این تابع استفاده کرد باید مجموعه نقاطی در صفحه

xy تولید کنیم سپس $f(x,y)$ را بدست آوریم.

```
>> [x,y]=meshgrid(x,y)
```

رسم نمودار توابع دو متغیره که

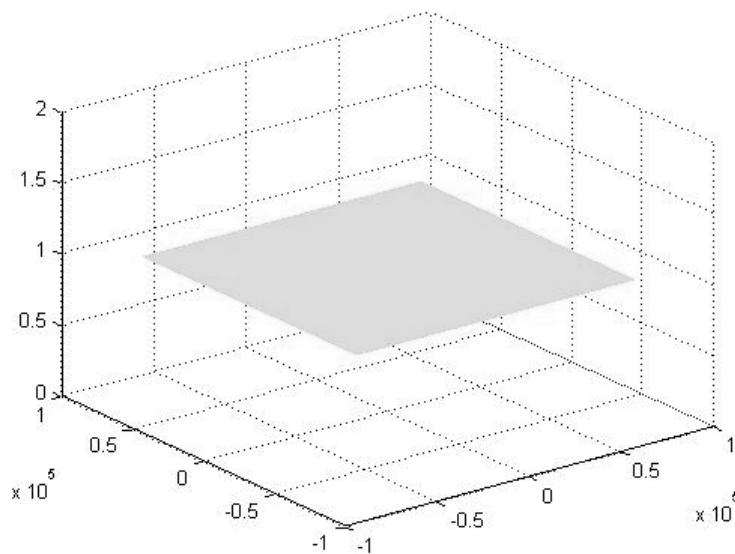
```
x=[xmin:xspaceing:xmax]
```

	$y=[ymin:yspaceing:ymax]$ و
--	-----------------------------

تابع `meshgrid` یکسری عدد تولید می کند که مختصات گوشه پایین آن $(Xmin, Ymin)$ و گوشه بالای آن $(Xmax, Ymax)$ است توجه کنید که دستور `meshgrid(x,x)` با دستور `meshgrid(x,y)` هم ارز است بعد از ساخته شدن $[x,y]$ از دستور `mesh` برای رسم تابع استفاده می کنیم توجه کنید نباید گام اعداد را کوچک انتخاب کنیم بعلاوه اینکه اولاً مشاهده نمودار مشکل است ثانیاً درایه های ماتریس x ، y ، z بسیار زیاد می شود.

مثال ۳-۹. مطلوب است رسم تابع $z=1-(x^2+y^2/4)$

```
>>x=-۱۵۰۰۰:۲۵۰:۱۵۰۰۰;
>>y=-۱۵۰۰۰:۲۵۰:۱۵۰۰۰;
>>[x,y]=meshgrid(x,y);
>>z=۱-(x^۲+y^۲/۴);
>>mesh(x,y,z)
```



- توابع ترسیم سه بعدی ویژه

<pre>>> bar(x) >> bar(x,y) >> bar(...,width) >> bar(...,style) >> h=bar(...)</pre>	نمودار میله ای سه بعدی
<pre>>> barh(...) >> h=barh(...)</pre>	نمودار میله ای افقی سه بعدی
<pre>>> pie(x) >> h=pie(...) >> pie(...,labels)</pre>	نمودار کیک سه بعدی

نوع خطوط ، علائم و رنگها

بطور پیش فرض MATLAB نوع خط توپر در رنگهای زرد و بنفش را برای نمودارها انتخاب می کند. شما می توانید رنگها و نوع خطوط مورد نظر را با دادن یک آرگومان اضافی بعد از هر زوج آرایه های داده ای به فرمان plot، تعیین نمایید. آرگومان اضافی اختیاری یک رشته کاراکتری از ۱، ۲، و ۳ کاراکتر جدول زیر می باشد

رنگ	علامت	شیوه خط	علامت	شیوه خط	علامت
زرد	Y	مربع	s	نقطه	.
بنفش	M	لوزی	d	دایره	o
فیروزه ای	O	مثلث رو به بالا	v	علامت *	*
قرمز	R	مثلث رو به	^	علامت +	+

		پایین			
سبز	G	مثلث رو به چپ	<	خط توپر	-
آبی	B	مثلث رو به راست	>	خط چین	
سفید	W	ستاره پنج پر	p	ترکیب خط و نقطه	-•
سیاه	V	ستاره شش پر	b	خط چین	--

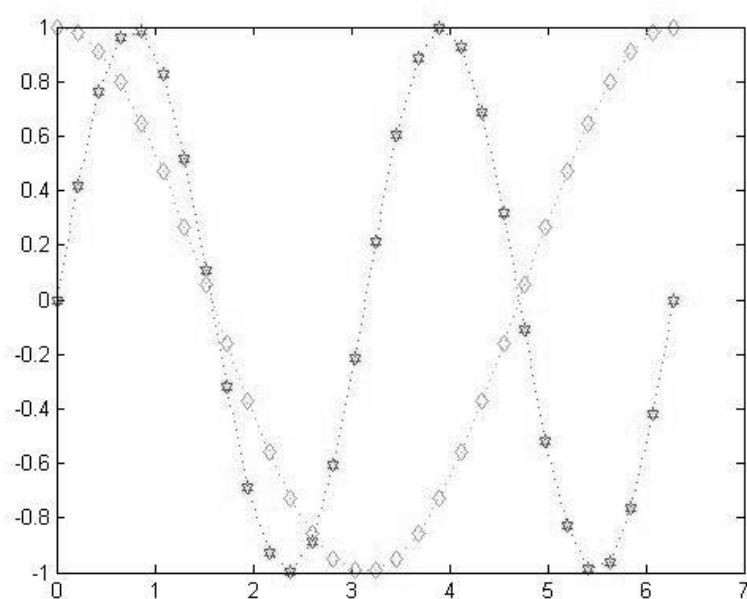
مثال ۳-۱۰. مطلوب است رسم توابع $y=\sin(2x)$ و $z=\cos(x)$ که $X \leq 2\pi \leq 0$

```
>> x=linspace(0,2*pi,30);
```

```
>> y=sin(2*x);
```

```
>> z=cos(x);
```

```
>> plot(x,y,'m:h',x,z,'g:d')
```



اضافه کردن GRID ها و برچسب ها

دستور `grid on` خطوط شبکه را برای نمودار جاری فعال می سازد دستور `grid off` باعث غیر فعال شدن آن می گردد. چنانچه از دستور `grid` بدون هیچ آرگومانی استفاده کنید، اگر خطوط شبکه فعال باشد، پاک می شود و اگر فعال نباشد خطوط شبکه به نمودار اضافه می گردد بطور پیش فرض، هنگام شروع MATLAB، حالت `grid off` فعال است.

توسط فرمان های `x label` و `y label` می توان محورهای افقی و عمودی را نام گذاری کرد. فرمان `title` نیز عنوانی را در بالای نمودار قرار می دهد.

با فرمان `text` شما می توانید هر رشته متنی دیگر یا برچسبی را به محل خاصی در روی نمودار اضافه کنید. شکل این فرمان به صورت

`>text(x,y,'string');`

می باشد که (x, y) محل گوشه ای سمت چپ رشته متنی بر اساس مقیاس محور نمودار را نشان می دهد.

نکته: در صورتی که می خواهید یک برجسب اضافه کنید ولی نمی خواهید از فرمت معمولی استفاده کنید می توانید یک رشته متنی را با ماوس قرار دهید. با فرمان `gtext` به پنجره Figure جاری سوئیچ کرده و اشاره گر ماوس به شکل یک بعلاوه تبدیل می شود و منتظر کلیک کردن ماوس یا فشار دادن کلیدی می شود با انجام هر کدام از دو عمل، متن در آن محل قرار داده می شود.

مثال ۳-۱۱. مطلوب است رسم نمودار توابع $Y = \sin(x)^2 / x$ و $z = \cos(x)$

که $X \leq 2\pi \leq \pi 2$

```
>>x = linspace (-۲*pi , ۲*pi , ۶۰) ;

>>y = sin (x) . ^۲ . / x ; z = cos(x)

>>plot (x , y , x , z )

>>grid

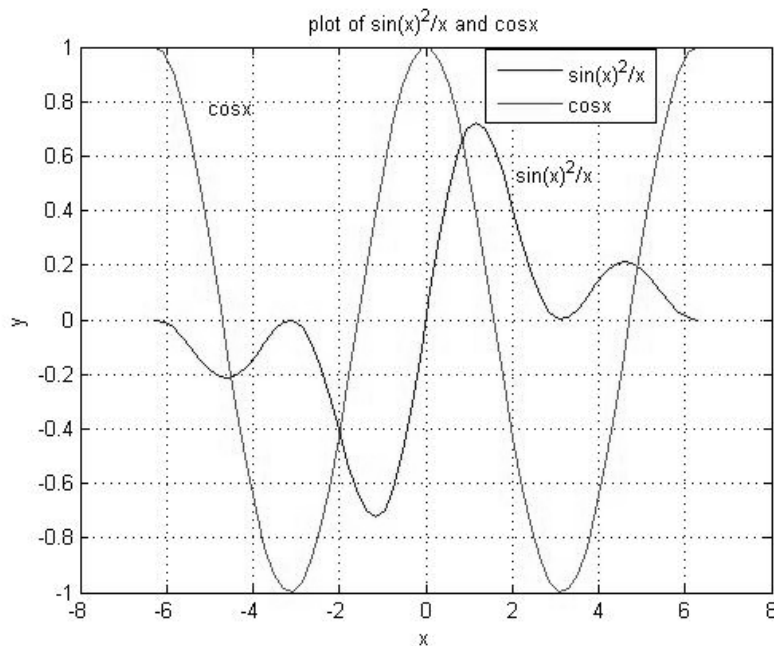
>> x label ( ' x ' )

>> y label ( ' y ' )

>> title ( ' plot of sin (x) ^ ۲ / x and cos(x) ' )

>>gtext( ' sin (x) ^ ۲ / x ' )

>> gtext( ' cos(x) ' )
```



اضافه نمودن علائم راهنما

علاوه بر اضافه نمودن یک عنوان، برچسب ها و متن به نمودار، تابع MATLAB `legend` را ارائه می دهد که هر سری داده ها را با متن می شناساند. در صورتی که می خوا هید راهنما را جابجا کنید روی آن کلیک کرده و دکمه ماوس را نزدیک گوشه سمت چپ پایین راهنما فشار داده و آن را به محل مورد نظر منتقل کنید فرمان `legend off` راهنما را حذف می کند.

```
<<legend('sin(x)^2/x','cos(x)')
```

زیر نمودار ها

یک پنجره Figure می تواند بیش از یک مجموعه از محورهای مختصات را در خود نگه دارد دستور `subplot(m, n, p)` پنجره Figure جاری را به $m \times n$ ناحیه رسم نمودار تقسیم می کند و ناحیه p را به عنوان ناحیه فعال انتخاب می کند. زیر نمودارها به ترتیب از

چپ به راست و از بالا به پائین شماره گذاری می شود. زیر نمودار جاری تا زمانی فعال باقی می ماند که دستور subplot یا Figure بعدی را اجرا کنید.

پنجره های Figure

همان طور که مشاهده کردید با استفاده از فرمان subplot می توان چندین محور را در یک پنجره Figure قرارداد ایجاد چندین پنجره Figure نیز ممکن می باشد و می توان سری داده های مختلف را در هر کدام رسم کرد. فرمان figure در MATLAB پنجره Figure را ایجاد می کند.

تغییر زاویه دید

در MATLAB، تابع view زاویه دید گرافیکی را برای نمودار های دو بعدی یا سه بعدی تغییر می دهد (view (az, el) زاویه دید را به سمت az و بلندی el تغییر می - دهد علاوه بر تابع view زاویه دید را می توان با استفاده از تابع rotate3d و با ماوس تغییر داد اگر تابع rotate3d را بدون آرگومان اجرا کنید آنگاه اگر حالت استفاده از ماوس فعال باشد آن را غیر فعال و اگر غیرفعال باشد آن را فعال می کند.

نکته ۱: برای ترسیم شکل همچنین می توان از نوار ابزار هم استفاده کرد چون هر تابعی را که بخواهیم رسم کنیم با متغیری در پنجره Command MATLAB نشان می دهیم این متغیر در پنجره Work Space ذخیره می شود هرگله خواسته باشیم شکلی را با استفاده از نوار ابزار رسم کنیم به داخل پنجره Work Space رفته و آن متغیر را انتخاب می کنیم سپس ابزار فعال شده بر روی ابزار ▼ لیست تمام توابع ترسیم ظاهر شده ، با انتخاب هر کدام از توابع ترسیم خواهیم دید که برای آن متغیر خاص می توان اشکال مختلف را ایجاد کرد.

نکته ۲: شکلهای ترسیم شده توسط MATLAB را می توان با کمک گزینه Export Setup در منوی File پنجره Figure به صورت فرمت های تصویری استاندارد Windows نظیر bmp یا jpg ذخیره نمود. که ما در تهیه این متن از این گزینه استفاده کرده ایم

۳-۵-۲ جبر خطی

ماتریس

آرایه های دو بعدی مجموعه ای از اعداد هستند که توسط دو اندیس تعریف شده اند.

وارد کردن ماتریس در محیط MATLAB به سه طریق زیر ممکن است:

- وارد کردن ماتریس به طور صریح
- ساختن ماتریس توسط توابع MATLAB
- ساختن ماتریس با توابع تعریف شده توسط کاربر (M_فایل ها)

برای وارد کردن ماتریس به موارد زیر توجه کنید

- جدا کردن آرایه های هر سطر به وسیله فاصله و یا " ، "
- استفاده از ";" یا زدن کلید Enter در آخر هر سطر
- استفاده از کروشه اطراف عدد

نکته: پس از وارد کردن ماتریس A و فشار دادن کلید Enter ماتریس در MATLAB Work Space که یکی از پنجره های نرم افزار MATLAB است ذخیره می شود.

مثال ۳-۱۲. یک ماتریس بسازید

```
>> A=[۳ ۱ ۰; ۱ -۱ ۱; ۲ ۰ ۴]
```

A =

```
۳    ۱    ۰
```

```
۱   -۱    ۱
```

```
۲    ۰    ۴
```

>>A(m,n)	درایه سطر m ام و ستون n ام ماتریس A را نمایش می دهد
<p>مثال ۳-۱۳. سطر دوم و ستون سوم از ماتریس A را نمایش دهید:</p> <pre>>>A(۲,۳) ans= ۱</pre>	
>>size(A)	تعداد سطر و ستونهای ماتریس A را نشان می دهد
<p>مثال ۳-۱۴. تعداد سطرها و ستونهای ماتریس A را نمایش دهید:</p> <pre>>>size(A) ans= ۳ ۳</pre>	
>>[A B]	دو ماتریس را در کنار هم قرار می دهد
<p>مثال ۳-۱۵. برای ماتریس A و B دستور بالا را اجرا کنید:</p> $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & -3 \\ 6 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ <pre>>>B=[۱ ۲ -۱; ۳ -۴ -۳; ۶ ۵ ۰]; >>[A B] ans=</pre>	

$\begin{matrix} 3 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & 4 & 6 & 5 & 0 \end{matrix}$	
>>[A ; B]	ایجاد ماتریسی که سطر بالای آن ماتریس A و سطر پایین آن ماتریس B باشد
<p>مثال ۳-۱۶. برای دو ماتریس A و B دستور بالا را اجرا کنید</p> <pre>>> [A;B] ans = 3 1 0 1 -1 1 2 0 4 1 2 -1 3 -4 -3 6 5 0</pre>	

- ساخت ماتریس

>> Z=zeros(۲,۳)	ساخت ماتریس صفر با m سطر و n ستون
-----------------	-----------------------------------

مثال ۳-۱۷. یک ماتریس صفر با دو سطر و دو ستون بسازید:

```
>> Z=zeros(۲,۳)
```

Z =

```
۰ ۰ ۰
۰ ۰ ۰
```

```
>> O=ones(m,n)
```

ساخت ماتریس یک با m سطر و n ستون

مثال ۳-۱۸. یک ماتریس یک با ۳ سطر و ۵ ستون بسازید:

```
>> O=ones(۳,۵)
```

O =

```
۱ ۱ ۱ ۱ ۱
۱ ۱ ۱ ۱ ۱
۱ ۱ ۱ ۱ ۱
```

```
>> E=eye(m,m)
```

ساخت یک ماتریس همانی

مثال ۳-۱۹. یک ماتریس همانی ۳*۳ بسازید:

```
>> E=eye(۳,۳)
```

E =

<pre> ۱ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۱ </pre>	
>> R=rand(m,n)	ساخت یک ماتریس با آرایه های تصادفی
<p>مثال ۳-۲۰. یک ماتریس تصادفی با ۳ سطر و ۷ ستون بسازید:</p> <pre> >> R=rand(۳,۷) R = ۰.۹۵۰۱ ۰.۴۸۶۰ ۰.۴۵۶۵ ۰.۴۴۴۷ ۰.۹۲۱۸ ۰.۴۰۵۷ ۰.۴۱۰۳ ۰.۲۳۱۱ ۰.۸۹۱۳ ۰.۰۱۸۵ ۰.۶۱۵۴ ۰.۷۳۸۲ ۰.۹۳۵۵ ۰.۸۹۳۶ ۰.۶۰۶۸ ۰.۷۶۲۱ ۰.۸۲۱۴ ۰.۷۹۱۹ ۰.۱۷۶۳ ۰.۹۱۶۹ ۰.۰۵۷۹ </pre>	

- عملیات ماتریسی

+	سبب جمع ۲ یا چند ماتریس می شود (ماتریس ها باید دارای ستونها و سطرهاى برابر باشند)
<p>مثال ۳-۲۱. دو ماتریس A و B را با هم جمع کنید</p> <pre> >> S=A+B S = ۴ ۳ -۱ </pre>	

$\begin{bmatrix} 4 & -5 & -2 \\ 8 & 5 & 4 \end{bmatrix}$	
-	دو یا چند ماتریس را از هم کم می کند
<p>مثال ۳-۲۲. دو ماتریس A و B را از هم کم کنید</p> <pre>>> D=A-B</pre> <p>D =</p> $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ -4 & -5 & 4 \end{bmatrix}$	
^	ماتریس مربعی را به توان می رساند
<p>مثال ۳-۲۳. توان دوم ماتریس A را حساب کنید</p> <pre>>> P=A^2</pre> <p>P =</p> $\begin{bmatrix} 10 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 14 & 2 & 16 \end{bmatrix}$	
*	یک ماتریس m*n را در یک ماتریس m*p ضرب می کند و ماتریس جدید n*p می

سازد	
<p>مثال ۲-۲۴. ماتریس A را در B ضرب کنید</p> <pre>>> T=A*B</pre> <p>T =</p> $\begin{bmatrix} 6 & 2 & -6 \\ 4 & 11 & 2 \\ 26 & 24 & -2 \end{bmatrix}$	

- توابع ماتریسی

>>det(A)	دترمینان یک ماتریس را حساب می کند
<p>مثال ۳-۲۵. دترمینان ماتریس A فوق را حساب کنید</p> <pre>>> R=det(A)</pre> <p>R =</p> -14	
>>inv(A)	در صورت وجود معکوس ماتریس را حساب می کند
<p>مثال ۳-۲۶. معکوس ماتریس A را حساب کنید</p> <pre>>> I=inv(A)</pre> <p>I =</p>	

$\begin{matrix} 0.2857 & 0.2857 & -0.0714 \\ 0.1429 & -0.8571 & 0.2143 \\ -0.1429 & -0.1429 & 0.2857 \end{matrix}$	
>>A'	ترانهاده یک ماتریس را نشان می دهد
<p>مثال ۳-۲۷. ترانهاده ماتریس A را حساب کنید</p> <p>>> U=A'</p> <p>U =</p> $\begin{matrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{matrix}$	
>>diag(A)	عناصر قطر اصلی را به صورت ستون در می آورد
>>sum(diag(A))	مجموع عناصر قطر اصلی را حساب می کند
>>sum(A')	مجموع هر سطر را حساب می کند
<p>مثال ۳-۲۸. مجموع عناصر قطر اصلی و مجموع هر سطر از ماتریس A فوق را حساب کنید</p> <p>>> diag(A)</p> <p>ans =</p> 3	


```

-۱

۴

>> sum(diag(A))

ans =

۶

>> sum(A')

ans =

۴ ۱ ۶

```

بردارها و مقادیر ویژه

اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، n عدد می توان به گونه ای یافت که شرط $Ax = \lambda x$ را برآورده نماید به این اعداد مقادیر ویژه A و به بردارهای x متناظر، بردارهای ویژه می گویند. اگر A ماتریسی حقیقی و متقارن باشد، مقادیر ویژه حقیقی خواهند بود. در صورتیکه A غیر متقارن باشد، مقادیر ویژه اغلب مختلط می باشد.

>> eig(X)	مقادیر ویژه را محاسبه می کند
<p>مثال ۳-۲۹. مقادیر ویژه ماتریس مقابل را حساب کنید</p> $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ <pre>>> A=[۲ ۱ ۱;۲ ۳ ۴;-۱ -۱ -۲];</pre>	

```
>> eig(A)
```

```
ans =
```

```
-۱.۰۰۰۰
```

```
۳.۰۰۰۰
```

```
۱.۰۰۰۰
```

```
>>[V,D]=eig(X)
```

محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه (D ماتریس قطری شامل

مقادیر ویژه - V ماتریسی شامل بردارهای ویژه)

مثال ۳-۳۰. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A فوق را حساب کنید

```
>> [V,D]=eig(A)
```

```
V =
```

```
۰.۰۰۰۰ ۰.۵۳۴۵ -۰.۷۰۷۱
```

```
۰.۷۰۷۱ ۰.۸۰۱۸ ۰.۷۰۷۱
```

```
-۰.۷۰۷۱ -۰.۲۶۷۳ ۰.۰۰۰۰
```

```
D =
```

```
-۱.۰۰۰۰ ۰ ۰
```

```
۰ ۳.۰۰۰۰ ۰
```

```
۰ ۰ ۱.۰۰۰۰
```

نرم و رتبه ماتریس

نرم یک ماتریس فاکتور مهم دیگری در جبر ماتریسی است که بیانگر بزرگی ماتریس است. یک نرم ماتریسی بر مجموعه تمام ماتریس های $n \times n$ حقیقی یک تابع حقیقی مانند $\| \|$ است.

انواع مختلفی از نرم ماتریسی وجود دارد:

<code>>>norm(A)</code>	بزرگترین مقدار منفرد ماتریس A را محاسبه می کند
<code>>>norm(A,۱)</code>	نرم اول یا بزرگترین مجموع ستون های ماتریس A می کند
<code>>>norm(A,۲)</code>	مشابه نرم A است
<code>>>norm(A,inf)</code>	نرم بینهایت یا بزرگترین مجموع سطرها ی ماتریس را محاسبه می کند

مثال ۳-۳۱. مطلوب است محاسبه انواع نرمها برای ماتریس زیر

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

```

>> A=[۱ ۲ -۱;۰ ۳ -۱;۵ -۱ ۱];

>> norm(A)

ans =

    ۵.۲۸۲۴

>> norm(A,۱)

ans =

```

```

۶

>> norm(A,۲)

ans =

    ۵.۲۸۲۴

>> norm(A,inf)

ans =

    ۷

```

– رتبه ماتریس

حداکثر تعداد سطرهای مستقل خطی ماتریس را رتبه ماتریس گویند.

>>rank(A)	محاسبه رتبه ماتریس A
<p>مثال ۳-۳۲. رتبه ماتریس زیر را محاسبه کنید</p> $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ <pre> >> A=[۱ ۲ ۰ ۰;۲ ۱ -۱ ۱;۵ ۴ -۲ ۲]; >> rank(A) ans = ۲ </pre>	

عدد شرطی ماتریس

عدد شرط یک ماتریس نشان گر حساسیت جوابهای دستگاه معادلات خطی به تغییرات داده ها است. ضمناً بیانگر دقت نتایج حاصل از معکوس ماتریس و جوابهای دستگاه معادلات خطی نیز می باشد. برای بیان عدد شرط معمولاً از شکل لگاریتمی استفاده می کنند که نشان دهنده تعداد ارقام از بین رفته در خطای گرد کردن حل دستگاه به روش گوس است اگر عدد شرط به ۱ نزدیک باشد، ماتریس خوش وضع بوده و برای اعداد شرط نزدیک به صفر، ماتریس بد وضع خواهد بود.

تعیین عدد شرط ماتریس	>>cond(A)
مثال ۳-۳۳. عدد شرط ماتریس زیر را محاسبه کنید	
$\begin{bmatrix} 3.3330 & 15920 & -10.3330 \\ 2.2220 & 16.7100 & 9.6120 \\ 1.5611 & 5.1791 & 1.6852 \end{bmatrix}$	
>> A=[۳.۳۳۳۰ ۱۵۹۲۰ -۱۰.۳۳۳۰;۲.۲۲۲۰ ۱۶.۷۱۰۰ ۹.۶۱۲۰;۱.۵۶۱۱ ۵.۱۷۹۱ ۱.۶۸۵۲];	
>> cond(A)	
ans =	
۱.۴۲۴۱e+۰۰۴	

نکته: یکی از عملگرهای مهم و پرکاربرد در ماتریسها عملگر دو نقطه (:) می باشد که

کاربردهای مختلفی دارد:

شمارش اعداد با گامهای مختلف	انتهای عدد : (گام شمارش) Step : ابتدای عدد
	>> عدد

مثال ۳-۳۴.	
<pre>>> -۵:۱:۲ ans = -۵ -۴ -۳ -۲ -۱ ۰ ۱ ۲</pre>	
>>sum(A(:))	مجموع کل آرایه های یک ماتریس
مثال ۳-۳۵.	
<pre>>> A=[۱ ۳;۲ ۵]; >> sum(A(:)) ans = ۱۱</pre>	
>>A(m,:)	نشان دادن سطر m ام ماتریس
مثال ۳-۳۶.	
<pre>>> A(۲,:) ans = ۲ ۵</pre>	
>>A(:,n)	نشان دادن ستون n ام ماتریس
مثال ۳-۳۷.	

<pre>>> A(:,1)</pre> <pre>ans =</pre> <pre> ۱</pre> <pre> ۲</pre>	
>>A(n:m , n:m)	نشان دادن سطر i ام تا k ام و یا ستون j ام تا l ام

دستگاههای معادلات خطی

دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$x_1 + x_2 + 3x_4 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -3$$

$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -3$$

اگر ضرایب متغیرهای x را با ماتریس A و جواب آنها را با ماتریس ستونی B در نظر بگیریم می توانیم با روشهای مختلف این دستگاه را حل کنیم که از جمله این روشها:

۱. قانون کرامر

۲. قانون گوس

۳. استفاده از معکوس ماتریس

البته متذکر می شویم که روش دوم (قانون گوس) از دو روش دیگر بهتر است چون

اولاً: نیاز به ضرب و تقسیم کمتری دارد

ثانیاً: دقت بیشتری در مسائل بزرگتر دارد.

- قانون کرامر

دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید برای حل این دستگاه با قانون کرامر بایستی دترمینان را محاسبه کنیم پس ابتدا ضرایب متغیرهای x را به عنوان ماتریس A و جواب دستگاه معادلات را به عنوان ماتریس B وارد می کنیم. البته حل با این روش کارآمد نیست بخصوص اگر دستگاه دارای تعداد زیادی از معادلات باشد در ضمن اگر دترمینان ماتریس صفر باشد دستگاه جواب یکتا دارد.

مثال ۳-۳۸. دستگاه زیر را به روش کرامر حل کنید.

$$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -8$$

$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -20$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -2$$

$$x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 4$$

$$>> A = [1 \ -1 \ 2 \ -1; 2 \ -2 \ 3 \ -3; 1 \ 1 \ 0 \ 1; 1 \ -1 \ 4 \ 3];$$

$$>> B = [-8; -20; -2; 4];$$

$$>> \det(A)$$

$$\text{ans} =$$

$$4$$

$$>> D1 = A; D1(:,1) = B;$$

$$>> D2 = A; D2(:,2) = B;$$

$$>> D3 = A; D3(:,3) = B;$$


```
>> Df=A;Df(:,4)=B;
```

```
>> X=[det(D1);det(D2);det(D3);det(D4)]/det(A)
```

```
X =
```

```
-7
```

```
3
```

```
2
```

```
2
```

- معکوس ماتریس

در این روش ابتدا معکوس A را که با دستور $\text{inv}(A)$ بدست می آید حساب کرده و در ماتریس جواب ضرب می کنیم (ضرب ماتریسی)

$$AX=B$$

$$X=A^{-1}*B$$

مثال ۳-۳۹. جواب دستگاه زیر را به روش معکوس ماتریس بیابید:

$$x_1 + 1/2 x_2 + 1/3 x_3 = 11/16$$

$$5x_1 + 10/3 x_2 + 5/2 x_3 = 65/6$$

$$100/3 x_1 + 25 x_2 + 20 x_3 = 235/3$$

```
>> A=[1 1/2 1/3;5 10/3 5/2;100/3 25 20];
```

```
>> B=[۱۱/۶;۶۵/۶;۲۳۵/۳];
```

```
>> X=inv(A)*B
```

```
X =
```

```
-۹.۳۱۲۵
```

```
۴۲.۲۵۰۰
```

```
-۳۳.۳۷۵۰
```

- روش حذف گوس

در این روش الگوریتم و تابع استفاده شده (/) است این عملگر تقسیم دارای نقطه نیست و مربوط به عملیات ماتریسی می باشد نه عملیات آرایه ای.

مثال ۳-۴۰. دستگاه زیر را به روش گوس حل کنید:

$$6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 12$$

$$12x_1 - 8x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 34$$

$$3x_1 - 13x_2 + 9x_3 + 3x_4 = 27$$

$$-6x_1 + 4x_2 + x_3 - 18x_4 = -38$$

```
>> A=[۶ -۲ ۲ ۴;۱۲ -۸ ۶ ۱۰;۳ -۱۳ ۹ ۳;-۶ ۴ ۱ -۱۸];
```

```
>> B=[۱۲;۳۴;۲۷;-۳۸];
```

```
>> X=A\B
```

```
X =
```

۱.۰۰۰۰

-۳.۰۰۰۰

-۲.۰۰۰۰

۱.۰۰۰۰

نکته ۱: اگر تعداد معادلات از مجهولات بیشتر باشد بهترین روش حل معادله استفاده از / یا \ می باشد که بطور خودکار راه حلی با کمترین مربع را در $A*x=b$ دارد پیدا می کند این راه حل را راه حل حداقل مربعات می نامند

مثال ۳-۴۱. دستگاه معادلات زیر را حل کنید:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 366$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 804$$

$$7x_1 + 8x_2 = 351$$

$$2x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 514$$

```
>> A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 0; 2 5 8];
```

```
>> B=[366; 804; 351; 514];
```

```
>> X=A\B
```

```
X =
```

```
247.9818
```

-۱۷۳.۱۰۹۱

۱۱۴.۹۲۷۳

>> res=A*X-B

res =

-۱۱۹.۴۵۴۵

۱۱.۹۴۵۵

۰.۰۰۰۰

۳۵.۸۳۶۴

نکته ۲: اگر تعداد معادلات بیشتر از تعداد مجهولات باشد، بیشمار راه حل وجود خواهد داشت که ما به دو راه حل آن اشاره می کنیم.

۱. با استفاده از عملگر تقسیم راه حلی را بدست می آوریم که دارای حداکثر تعداد صفر در عناصر x می باشد.

۲. محاسبه $x = \text{Pin } V(A) * b$ که طول یا نرم بدست آمده برای x در این روش کوچکترین نرم ممکن در میان جوابها می باشد این راه حل نرم حداقل نامیده می شود.

مثال ۳-۴۲. دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$$x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 366$$

$$2x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 5x_4 = 804$$

$$3x_1 + 6x_2 + 8x_4 = 351$$

>> A=[1 4 7 2; 2 5 8 5; 3 6 0 8];

```
>> B=[۳۶۶;۸۰۴;۳۵۱];
```

```
>> X=A\B
```

```
X =
```

```
    .
```

```
-۱۶۵.۹۰۰۰
```

```
۹۹.۰۰۰۰
```

```
۱۶۸.۳۰۰۰
```

```
>> Xn=pinv(A)*B
```

```
Xn =
```

```
۳۰.۸۱۸۲
```

```
-۱۶۸.۹۸۱۸
```

```
۹۹.۰۰۰۰
```

```
۱۵۹.۰۵۴۵
```

۳-۵-۳ تحقیق در عملیات

برنامه ریزی خطی

فرمت کلی یک مساله برنامه ریزی خطی به صورت زیر است.

$$\min f \text{ s.t } A x \leq b$$

$$A_{eq} x = b_{eq}$$

$$lb \leq x \leq ub$$

که در آن ub, lb, beq, b, x, f بردار و Aeq, A ماتریس هستند. برای حل این مساله برنامه ریزی خطی از دستور `linprog` به صورت زیر استفاده می شود

<code>>>x=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)</code>	حل مساله برنامه ریزی خطی $\min f$
---	-----------------------------------

دقت شود که، اگر هر یک از ماتریسهای ub, lb, beq, Aeq, f و یا ub, lb, b, A, f موجود نباشد، بجای آن در تابع از علامت `[]` استفاده می کنیم.

مثال ۳-۴۳. مساله برنامه ریزی خطی زیر را حل نمایید.

$$\min f = x_1 - 3x_2$$

$$\text{s.t.} \quad -x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$>>f=[1;-3];$$

$$>>A=[-1 \ 2; 1 \ 1];$$

$$;b=[6;5]<<$$

$$;(lb=zeros(2,1)<<$$

$$(x=linprog(f,A,b,[],[],lb,<<$$

.Optimization terminated

=x

$$1.3333$$

۳.۶۶۶۷

دستور linprog دارای چهارگزینه خاص است، که هر یک از این گزینه ها مقداری خاص را محاسبه می کند شکل کلی تابع linprog به همراه گزینه های خاص آن به صورت زیر است.

$(x, fval, exitflag, output) = \text{linprog}(f, A, b, Aeq, beq, lb, ub) \ll$

هر یک از این گزینه ها مقدار خاص زیر را محاسبه می کند. برای دیدن مقدار هر گزینه، کافی است در مقابل اعلان MATLAB نام گزینه را تایپ کنیم.

- x جواب بهینه را بصورت یک ماتریس $n \times 1$ نمایش می دهد
- $fval$ مقدار تابع هدف را محاسبه می نماید
- $exitflag$ با نمایش مقدار این گزینه خاص، ممکن است سه مقدار برگردانده شود. اگر مقدار برگردانده شده مثبت باشد، مساله دارای جواب بوده و جواب آن توسط MATLAB محاسبه شده است. اگر مقدار برگردانده شده صفر و یا مقداری منفی باشد، مساله دارای جواب نبوده و MATLAB نتوانسته برای آن جوابی محاسبه کند
- $output$ این گزینه خاص شامل دو بخش است. پس از نمایش آن گزینه های زیر ظاهر می شوند.

iterations که تعداد دفعات تکرار را نشان می دهد.

algorithm الگوریتم استفاده شده در مساله را بیان می کند

مثال ۳-۴۴. مساله برنامه ریزی خطی زیر را حل کنید.

$$\min f = -3x_1 - 4x_2 - 2x_3 - x_4 - 3x_5 - 4x_6$$

$$\text{s.t.} \quad 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 5/2$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1, \dots, 6$$

```
>>f=[-۳;-۴;-۲;-۱;-۳;-۴];
```

```
>>Aeq=[۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۰; ۱ ۱ -۲ ۲ ۰ ۱];
```

```
>> beq=[۴;۲.۵];
```

```
>>lb=zeros(۶,۱);
```

```
>>[x, fval,exitflag,output]=linprog(f,[],[],Aeq,beq,lb)
```

Optimization terminated.

x=

```
۰.۰۰۰۰
```

```
۰.۰۰۰۰
```

```
۴.۰۰۰۰
```

```
۰.۰۰۰۰
```

```
۰.۰۰۰۰
```

```
۱۰.۵۰۰۰
```

fval=

```
-۵۰.۰۰۰۰
```

exitflag=

```
۱
```

output=

```
iterations: ۶۰
```


algorithm: 'large-scale: interior point'**برنامه ریزی صفرویک**

فرمت کلی یک مسئله برنامه ریزی صفرویک به صورت زیر است:

$$\min f \text{ s.t. } Ax \leq b$$

$$Aeq\ x = beq$$

که در آن f, x, b, beq بردار و A و Aeq ماتریس هستند.

جواب x ایجاب می کند که یک بردار صحیح دودویی باشد یعنی درایه های آن می توانند تنها مقادیر صفر یا یک را اختیار نمایند.

برای حل این مساله برنامه ریزی صفرویک از دستور `bintprog` به صورت زیر استفاده می شود:

<code>>>[x,fval]=bintprog(f,A,b,Aeq,beq)</code>	حل مساله برنامه ریزی صفرویک min f
---	--

مثال ۳-۴۵. مساله برنامه ریزی صفرویک زیر را حل نمائید.

$$\min f = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5$$

$$\text{s.t. } -x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 \leq 1$$

$$-7x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 3x_4 \leq -2$$

$$11x_1 - 6x_2 - 3x_3 - 3x_4 \leq -1$$

$$x_j = 0, 1 \text{ یا } j = 1, \dots, 5$$

```
>>f=[۳;۲;۵;۲;۳];
```

```
>> A=[-۱ -۱ ۱ ۲ -۱;-۷ ۰ ۳ -۴ -۳;۱۱ -۶ ۰ -۳ -۳];
```

```
>> b=[۱;-۲;-۱];
```

```
>>[x,fval]=bintprog(f,A,b)
```

Optimization terminated.

x=

```

      *
      *
      *
      *
      ۱

```

fval=

```

      ۳

```

۳-۵-۴ چند جمله ایها

MATLAB دارای چندین دستور ساده برای کار با چندجمله ای ها است که اساس

کار این توابع، بردارها است می توان با تایپ دستور help poly Fun این توابع را مشاهده کرد

چند جمله ای $f(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} + a_4x^{n-3} + \dots + a_nx + a_{n+1}$ یک چند جمله

ای بر حسب x است که درجه آن n ، بزرگترین توان x در این چند جمله ای است و a_i ضرایب

چند جمله ای نامیده می-شود. توجه شود متغیرهایی که ضریب آنها صفر می باشد نیز می

بایست نوشته شود تا زمانی که مشخص نکرده اید، MATLAB نمی تواند تشخیص دهد که کدام متغیر صفر می باشد.

<code>>>coeff[a\ a۲ ... an an+۱]</code>	نمایش چند جمله ای بر اساس ضرایب با ترتیب نزولی
---	--

مثال ۳-۴۶. چند جمله ای x^3+3x^2+5x+1 را نشان دهید

```
>> coeff=[۱ ۳ ۵ ۱]
```

```
coeff =
```

```
۱ ۳ ۵ ۱
```

ریشه چندجمله ایها

از آنجایی که در MATLAB چند جمله ای ها و ریشه های آنها هر دو بردار هستند MATLAB به طور قراردادی چند جمله ای ها را در بردار سطری و ریشه های آن را در بردار ستونی قرار می دهد.

<code>>>roots(p)</code>	ریشه چند جمله ای p را محاسبه می کند
-------------------------------	---------------------------------------

مثال ۳-۴۷. ریشه های چند جمله ای $F(x)=3x^3-x^2-x-4$ را بدست آورید.

```
>> P=[۳ -۱ -۱ -۴];
```

```
>> r=roots(P)
```

```
r =
```

```
۱.۳۳۳۳
```

```
-۰.۵۰۰۰ + ۰.۸۶۶۰i
```

$$-0.5000 - 0.8660i$$

بدست آوردن ضرایب چند جمله ای از ریشه های آن

>> poly(r)	محاسبه ضرایب چند جمله ای از طریق ریشه های آن
------------	--

مثال ۳-۴۸. ضرایب چند جمله ای زیر را بدست آورید.

$$X^3 + 1/4X^2 + 1/2X + 3/4$$

```
>> P=[1 1/4 1/2 3/4];
```

```
>> r=roots(P)
```

```
r =
```

$$0.2745 + 0.9291i$$

$$0.2745 - 0.9291i$$

$$-0.7990$$

```
>> T=poly(r)
```

```
T =
```

$$1.0000 \quad 0.2500 \quad 0.5000 \quad 0.7500$$

رسم چند جمله ای ها

برای ترسیم توابع با وارد کردن ضرایب چند جمله ای، شروع می کنیم سپس ریشه

های چند جمله -ای ها را بدست آورده و دامنه ای از x را که صفرهای y را پوشش می دهد

تعریف می کنیم مقادیر y در هر نقطه ای از آرایه x با تابع `polyval` محاسبه می شود این تابع را با دو آرگومان فراخوانی می کنیم و نمودار بدست می آید.

مثال ۳-۴۹. مطلوب است رسم تابع زیر

$$x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$

```
>> p=[۱ -۳ -۶ ۸];
```

```
>> roots (p)
```

```
ans =
```

```
۴.۰۰۰۰
```

```
-۲.۰۰۰۰
```

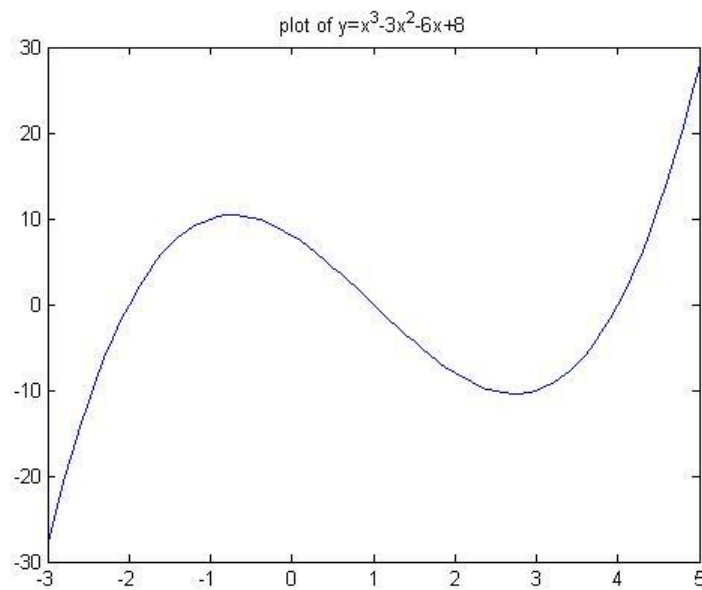
```
۱.۰۰۰۰
```

```
>> x=-۳:۰.۱:۵;
```

```
>> y=polyval(p,x);
```

```
>> plot(x,y)
```

```
>> title('plot of  $y=x^3-3x^2-6x+8$ ')
```



عملیات روی چندجمله ایی ها

- جمع

برای جمع چند جمله ای ها، دو بردار مربوط به ضرایب دو چند جمله ای را با هم جمع می کنیم در صورت یکسان نبودن درجه دو چند جمله ای به چند جمله ای با درجه کمتر صفر اضافه می کنیم.

مثال ۳-۵۰. چند جمله ای های $f(x)$ و $g(x)$ را با هم جمع کنید.

$$f(x) = 9x^3 - 5x^2 + 3x + 7$$

$$g(x) = 6x^3 - 2x + 2$$

```
>> f=[9 -5 3 7];
```

```
>> g=[۶ -۲ ۲];
```

```
>> g=[۰ g];
```

```
>> h=f+g
```

```
h =
```

```
۹ ۱ ۱ ۹
```

- ضرب

برای انجام ضرب چند جمله ای ها از تابع conv استفاده می شود که باعث تلفیق دو آرایه می گردد در ضمن برای ضرب یک عدد در چند جمله ای از ضرب یک عدد در ماتریس استفاده می شود.

```
>> conv(f,g)
```

دو چند جمله ای f و g را در هم ضرب می کند

مثال ۳-۵۱. مطلوب است ضرب چند جمله ای های f و g و همچنین ضرب عدد ۶ در تابع g

$$f(x)=x^5+4x^4+x^3+5x^2+x+2$$

$$g(x)=x^2+x+1$$

```
>> f=[۱ ۴ ۱ ۵ ۱ ۲];
```

```
>> g=[۱ ۱ ۱];
```

```
>> h=conv(f,g)
```

```
h =
```

۱ ۵ ۶ ۱۰ ۷ ۸ ۳ ۲

>> ۶*f

ans =

۶ ۲۴ ۶ ۳۰ ۶ ۱۲

- تقسیم

در بسیاری از موارد مجبور می شوید تا یک چند جمله ای را به چند چندجمله ای دیگر تقسیم کنید در MATLAB این کار را می توان با استفاده از تابع deconv انجام داد:

>>[Q,R]=deconv(f,g)	تقسیم چند جمله ای f بر g (آرایه Q شامل ضرایب چند جمله ای خارج قسمت و R شامل ضرایب چند جمله ای باقی مانده می باشد)
---------------------	---

مثال ۳-۵۲. مطلوب است تعیین خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $h(x)/f(x)$ که

$h(x)=f(x).g(x)$ ، f و g توابع مثال قبل می باشند.

>> f=[۵ -۲ ۳ ۴ -۱];

>> g=[۱ ۲];

>> h=conv(f,g);

>> [Q,R]=deconv(h,f)

Q =

۱ ۲

R =

* * * * *

- مشتق و انتگرال

>> polyder(f)	مشتق چند جمله ای f را محاسبه می کند
>> polyint(h)	انتگرال چند جمله ای f را محاسبه می کند

مثال ۳-۵۳. مطلوب است مشتق و انتگرال چند جمله ای زیر

$$G(x) = x^4 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$$

```
>> g=[1 -5/2 5/2 -5/2 3/2];
```

```
>> h=polyder(g)
```

```
h =
```

```
4.0000 -7.5000 5.0000 -2.5000
```

```
>> polyint(h)
```

```
ans =
```

```
1.0000 -2.5000 2.5000 -2.5000 *
```

۳-۵-۴ اعداد مختلط

یکی از قوی ترین ویژگی های MATLAB عدم نیاز به ایجاد کنترل های خاصی روی اعداد مختلط می باشد برای نمایش اعداد مختلط در MATLAB واحدهای i و j به عنوان واحد

های مختلف تعریف شده اند و برای نمایش قسمت موهومی عدد مختلط از آنها استفاده می شود حرف z نیز شبیه i بوده و مقدار $\sqrt{-1}$ را دارا می باشد اعداد مختلط را در MATLAB به شکل $a+bi$ می توان وارد نمود توجه داشته باشید که MATLAB همیشه در پاسخ از نماد i استفاده می کند حتی اگر نماد z را وارد کرده باشید.

مثال ۳-۵۴.

```
>> Z1=2-3i
```

```
Z1 =
```

```
۲.۰۰۰۰ - ۳.۰۰۰۰i
```

عملیات روی اعداد مختلط

عملگرهای ریاضی مربوط به تعریف اعداد مختلط همانند عملگرهای ریاضی روی اعداد حقیقی نوشته می شود، معمولاً عملگرهایی که روی اعداد مختلط اعمال می شوند، اعداد مختلط ایجاد می کنند.

$>> Z1+Z2$	دو عدد مختلط را با هم جمع می کند
$>> Z1-Z2$	دو عدد مختلط را از هم کم می کند
$>> Z1*Z2$	دو عدد مختلط را در هم ضرب می کند
$>> Z1/Z2$	یک عدد مختلط را بر دیگری تقسیم می کند
$>> Z1^2$	یک عدد مختلط را به توان می رساند
$>> \text{cong}(Z1)$	مزدوج عدد مختلط را بر می گرداند

<code>>>real(Z۱)</code>	قسمت حقیقی عدد مختلط را بر می گرداند
<code>>>imag(Z۱)</code>	قسمت موهومی عدد مختلط را می گرداند
<code>>>abs(Z۱)</code>	اندازه یا مقدار عدد مختلط را محاسبه می کند
<code>>>angle(Z۱)</code>	اندازه زاویه عدد مختلط را بر حسب رادیان محاسبه می کند

مثال ۳-۵۵. توابع جدول فوق را برای دو عدد مختلط زیر بدست آورید.

$$Z_1 = 2 + 3i$$

$$Z_2 = -3 + i$$

$$>> Z_1 = 2 + 3i$$

$$Z_1 =$$

$$2.0000 + 3.0000i$$

$$>> Z_2 = -3 + i$$

$$Z_2 =$$

$$-3.0000 + 1.0000i$$

$$>> Z_1 + Z_2$$

$$\text{ans} =$$

$$-1.0000 + 4.0000i$$

```
>> Z1-Z2
```

```
ans =
```

```
۵.۰۰۰۰ + ۲.۰۰۰۰i
```

```
>> Z1*Z2
```

```
ans =
```

```
-۹.۰۰۰۰ - ۷.۰۰۰۰i
```

```
>> Z1/Z2
```

```
ans = -۰.۳۰۰۰ - ۱.۱۰۰۰i
```

```
>> bar_Z1=conj(Z1)
```

```
bar_Z1 = ۲.۰۰۰۰ - ۳.۰۰۰۰i
```

```
>> real_Z1=real(Z1)
```

```
real_Z1 = ۲
```

```
>> imag_Z1=imag(Z1)
```

```
imag_Z1 = ۳
```

```
>> mag_Z1=abs(Z1)
```

```
mag_Z1 = ۳.۶۰۵۶
```

```
>> angle_Z1=angle(Z1)
```

```
angle_Z1 = ۰.۹۸۲۸
```

ترسیم یک عدد مختلط

اعداد مختلط را می توان به صورت نقاطی در پلان مختلط نمایش داد برای این کار بخش حقیقی و موهومی عدد را جدا می کنیم و آنها را در مقابل هم ترسیم می کنیم.

```
>>a=real(z1);

>>b=imag(z1);

>>plot(a,b,'*')

>>xlabel('Real')

>>ylabel('Imaginary')

>>title('z1=a+bi')
```

در نمایش هندسی، می توان عدد مختلط را به صورت یک بردار دو بعدی نمایش داد که محور افقی آن بخش حقیقی و محور عمودی آن بخش موهومی می باشد اگر این عمل را روی تنها یک عدد انجام دهیم ، می توانیم از تابع compass در MATLAB برای بدست آوردن نمودار چنین برداری استفاده کنیم

مثال ۳-۵۶. مطلوب است رسم عدد مختلط زیر

$$z_1 = 4 + 2i$$

```
>> Z1=4+2i;

>> a=real(Z1);

>> b=imag(Z1);

>> plot(a,b,'o')
```

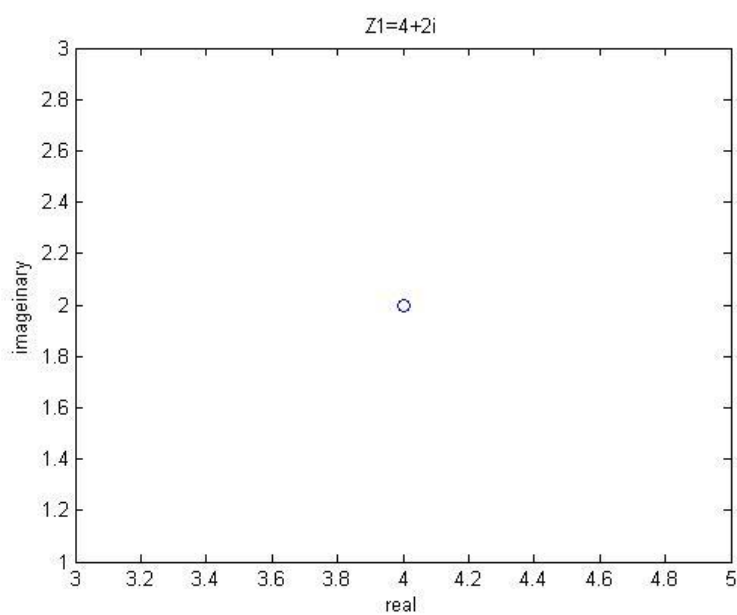
```
>> xlabel('real')
```

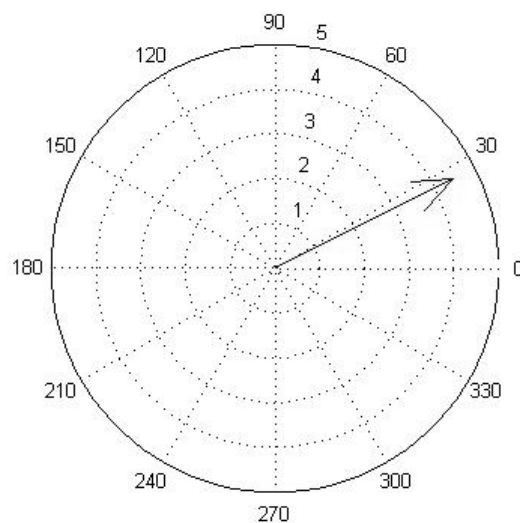
```
>> ylabel('imaginary')
```

```
>> title('Z1=۴+۲i')
```

```
>> figure
```

```
>> compass(Z1)
```





۳-۵-۵ درون یابی

درون یابی بعنوان روشی از تخمین مقادیر یک تابع با بدست آوردن یکسری از نقاط داده ای تعریف می شود درونیابی ابزاری است که هنگام نبودن امکان محاسبه سریع تابع در نقاط میانی مورد نظر بکار برده می شود.

شاید ساده ترین مثال از درونیابی ، نمودارهای MATLAB باشد. بطور پیش

فرض، MATLAB خطوط راستی را برای انتقال نقاط داده ای مورد استفاده برای ایجاد

نمودار ترسیم می کند. این درونیابی خطی، نقاط میانی را حدس می زند که خط راست بین

نقاط داده ای قرار می گیرد. مطمئناً با افزایش نقاط داده ای و کاهش فاصله بین آنها ، درون یابی خطی دقیق تر می شود.

روشهای زیادی برای درونیابی وجود دارد. ضمناً درونیابی در بیش از یک بعد ممکن

است، باشد در صورتی که داده های موجود، یک تابع دو متغیره را مشخص کنند $z=f(x,y)$ ،

می توان مقادیر x, y را برای بدست آوردن مقادیر میانی z درونیابی کرد. MATLAB

تعدادی از گزینه های درونیابی در تابع یک بعدی interp1 و تابع دو بعدی interp2 ارائه

داده است. این توابع بطور پیش فرض درونیابی را بطور خطی انجام می دهند.

>> interp1(x,y, x')	تابع درونیابی یک بعدی که x متغیر مستقل، y متغیر وابسته و x' آرایه ای است از مقادیر که باید درون یابی شود
---------------------	--

برای تشریح درونیابی یک بعدی مساله زیر را در نظر بگیرید:

مثال ۳-۵۷. دمای خروجی، هر یک ساعت یکبار در مدت ۱۲ ساعت اندازه گیری شده است

که دماهای اندازه گیری شده به ترتیب ساعت داده شده است مطلوب است محاسبه دما در

ساعت‌های ۱۱/۷، ۷/۱، ۶/۵، ۳/۵

۵ ۸ ۹ ۱۵ ۲۵ ۲۹ ۳۱ ۳۰ ۲۲ ۲۵ ۲۷ ۲۴

>> hours=1:12;

>> temps=[۵ ۸ ۹ ۱۵ ۲۵ ۲۹ ۳۱ ۳۰ ۲۲ ۲۵ ۲۷ ۲۴];

>> t=interp1(hours,temps,۹.۳)

t =

۲۲.۹۰۰۰

>> t=interp1(hours,temps,[۳.۵ ۶.۵ ۷.۱ ۱۱.۷])

t =

۱۲.۰۰۰۰ ۳۰.۰۰۰۰ ۳۰.۹۰۰۰ ۲۴.۹۰۰۰

به جای فرض کردن خط مستقیم برای اتصال نقاط داده ای، می توان چندین منحنی

را برای ترسیم منحنی مناسب نقاط داده ای در نظر گرفت. عمومی ترین فرض، یک چند

جمله ای درجه سوم مورد استفاده برای مدل سازی هر تکه ای بین نقاط داده ای متوالی می

باشد و دو مشتق اول هر چند درجه سوم روی نقاط داده ای قرار می گیرد. این نوع اتصال نقاط

(درونیابی) مارپیچ های^۷ درجه سوم یا دقیقاً مارپیچ ها نامیده می شود.

تابع interp1 نیز درونیابی اسپلاین را انجام می دهد.

^۷ .spline

مثال ۳-۵۸. درونیابی اسپلاین برای مثال قبل

```
>> t=interp1(hours,temps,۹.۳,'spline')
```

```
t = ۲۱.۸۵۷۷
```

```
>> t=interp1(hours,temps,[۳.۵ ۶.۵ ۷.۱ ۱۱.۷],'spline')
```

```
t = ۱۱.۱۶۵۸ ۳۰.۰۴۲۷ ۳۱.۱۷۵۵ ۲۵.۳۸۲۰
```

توجه کنید که پاسخ درونیابی اسپلاین با پاسخ های درونیابی خطی متفاوت می باشد یکی از عمومی ترین کاربردهای درونیابی اسپلاین، نزدیک به هم بودن داده ها می باشد برای بدست آوردن یکسری از داده ها در فاصله کم از درونیابی اسپلاین استفاده می شود.

تذکره: در تابع `interp1` دو محدودیت وجود دارد اولین محدودیت این است که نمی توان برای نتایج خارج از محدوده متغیر مستقل سوال کرد دومین محدودیت عبارت است از اینکه متغیر مستقل بایستی یکنواخت باشد یعنی همیشه بایستی افزایشی یا کاهشی باشد.

درونیابی دو بعدی نیز بر اساس همان نظریات وقوانین درونیابی یک بعدی است ولی همان طوری که از نام آن پیدا است، درونیابی دو بعدی توابع دو متغیره $z=f(x,y)$ را درونیابی می کند.

درونیابی دو بعدی پیچیده و مشکل تر از یک بعدی می باشد شکل کامل تابع `interp2(x,y,z,xi,yi,method)` می باشد در این جا y,x دو متغیر مستقل بوده و z یک ماتریس متغیر وابسته می باشد رابطه بین y,x با z عبارتست از

$$z(i,:) = f(x,y(i))$$

$$z(:,j) = f(x(j),z(:,j))$$

با توجه به عبارات فوق می توان دریافت که با تغییر i ، x امین سطر از z با i امین عنصر از y یعنی $y(i)$ مرتبط شده و با تغییر j ، y ، j امین ستون از z با j امین عنصر از x یعنی $x(j)$ مرتبط می شوند x آرایه ای از درونیابی مقادیر در طول محور x بوده و y آرایه ای از درونیابی مقادیر در طول محور y می باشد پارامتر انتخابی `method` می تواند یکی از روشهای `cubic`، `linear` یا `nearest` باشد. در این حالت، `cubic` به معنی اسپلاین درجه

سوم نیست بلکه الگوریتم دیگری با استفاده از چندجمله ای های درجه سوم می باشد. روش linear درونیایی خطی مورد استفاده برای اتصال نقاط داده ای روی نمودارها می باشد. روش nearest به سادگی نقطه داده ای ناهموار نزدیک به یک نقطه تخمینی را انتخاب می کند در تمام موارد، متغیرهای مستقل X و Y فضای خطی و یکنواخت فرض شده اند. برای تشریح درونیایی دو بعدی مثال زیر را در نظر بگیرید:

مثال ۳-۵۹. شخصی در یک آزمایشگاه ساخت میکروویو کار می کند و نیاز به اندازه گیری نقاط مختلف صفحه ماکروویو دارد تا توزیع یکنواخت دما را محاسبه کند او برای این کار صفحه فلزی را به طور مسطح قرار داده و آن را به دو قسمت مساوی در عرض و چهار قسمت مساوی در طول تقسیم کرده و نقاط تلاقی این خطوط را با در نظر گرفتن $5 * 3$ نقطه به عنوان نقاط اندازه گیری دما در نظر گرفته است.

داده های حاصل از این نوع اندازه گیری به ترتیب زیر می باشد:

```
۸۲ ۸۱ ۸۰ ۸۲ ۸۴;۷۹ ۶۳ ۶۱ ۶۵ ۸۱;۸۴ ۸۴ ۸۲ ۸۵ ۸۶
```

```
>> width=۱:۵;
```

```
>> depth=۱:۳;
```

```
>> temps=[۸۲ ۸۱ ۸۰ ۸۲ ۸۴;۷۹ ۶۳ ۶۱ ۶۵ ۸۱;۸۴ ۸۴ ۸۲ ۸۵ ۸۶]
```

```
temps =
```

```
۸۲ ۸۱ ۸۰ ۸۲ ۸۴
```

```
۷۹ ۶۳ ۶۱ ۶۵ ۸۱
```

```
۸۴ ۸۴ ۸۲ ۸۵ ۸۶
```

```
>> wi=۱:۰.۲:۵;
```

```
>> d=۲;
```

```
>> zlinear=interp2(width,depth,temps,wi,d)
```

```
zlinear =
```

```
Columns 1 through 12
```

```
۷۹.۰۰۰۰ ۷۵.۸۰۰۰ ۷۲.۶۰۰۰ ۶۹.۴۰۰۰ ۶۶.۲۰۰۰ ۶۳.۰۰۰۰ ۶۲.۶۰۰۰ ۶۲.۲۰۰۰  
۶۱.۸۰۰۰ ۶۱.۴۰۰۰ ۶۱.۰۰۰۰ ۶۱.۸۰۰۰
```

```
Columns 13 through 21
```

```
۶۲.۶۰۰۰ ۶۳.۴۰۰۰ ۶۴.۲۰۰۰ ۶۵.۰۰۰۰ ۶۸.۲۰۰۰ ۷۱.۴۰۰۰ ۷۴.۶۰۰۰ ۷۷.۸۰۰۰  
۸۱.۰۰۰۰
```

```
>> zcubic=interp2(width,depth,temps,wi,d,'cubic')
```

```
zcubic =
```

```
Columns 1 through 12
```

```
۷۹.۰۰۰۰ ۷۴.۶۸۰۰ ۷۰.۹۲۰۰ ۶۷.۷۲۰۰ ۶۵.۰۸۰۰ ۶۳.۰۰۰۰ ۶۱.۶۰۸۰ ۶۰.۹۰۴۰  
۶۰.۶۹۶۰ ۶۰.۷۹۲۰ ۶۱.۰۰۰۰ ۶۱.۲۲۴۰
```

```
Columns 13 through 21
```

```
۶۱.۵۹۲۰ ۶۲.۲۴۸۰ ۶۳.۳۳۶۰ ۶۵.۰۰۰۰ ۶۷.۲۴۰۰ ۶۹.۹۶۰۰ ۷۳.۱۶۰۰ ۷۶.۸۴۰۰  
۸۱.۰۰۰۰
```

منابع

۱. رفسنجانی صادقی م.، رمضان‌ی م.، نرم افزار برای علوم و مهندسی، دانشگاه هرمزگان ۱۳۷۷.

۲. سنجرائی پور م. ، آموزش نرم افزار ریاضیات - داده پردازی، دانشگاه سیستان و بلوچستان ۱۳۸۷
۳. رفسنجانی صادقی م.، رضانی م. کاربرد Maple ۵.۰ برای علوم و مهندسی ، دانش نگار ۱۳۸۱
۴. عرفانیان ا. ، فرخی ل. ، نرم افزار Maple ۹.۰ ، دانشگاه فردوسی ۱۳۸۴
۵. شریعتی م.، مس فروش م.ع. (روبرت ب.اسرائیل) ریاضیات به کمک Maple ۸.۰ ، پایزنه ۱۳۸۳
۶. داژ ر. ، آیت م. ۶.۱ MATLAB
۷. غیوری ا. ه. (دوان هانسلمن ، بروس لیتل فیلد) راهنمای جامع MATLAB ۶.۰ ، نشر علوم روز ۱۳۸۰
۸. جباریه ع.، فلاح م. ، MATLAB ۶.۵
۹. خادم ف.، نرم افزار ریاضی و آمار ، جهان نو ۱۳۸۲
۱۰. فکور یکتا ع.، خود آموز نرم افزار MATLAB، جهاد دانشگاهی مشهد ۱۳۷۷